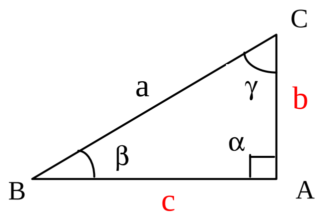
Risoluzione dei triangoli rettangoli

Con l'espressione "risoluzione dei triangoli" si intende il calcolo degli elementi di un triangolo, noti tre di essi, di cui almeno uno sia un lato.

1° caso - Noti i due cateti *b* e *c* determinare β, γ, *a*.



- ***Calcolo di*** β

Dalla formula $b = c \cdot tg\beta$ si ottiene $\boxed{tg\beta = \frac{b}{c}}$ da cui si ricava β.

- ***Calcolo di*** γ

L'angolo γ sarà: $\boxed{\gamma = 90° - \beta}$

- ***Calcolo di a***

Dalla formula $b = a \cdot sen\beta$ si ricava: $\boxed{a = \frac{b}{sen\beta}}$

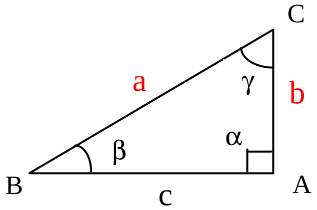
<u>*Esempio*</u>

Risolvere il triangolo rettangolo ABC sapendo che i cateti AC e AB misurano rispettivamente 5 *e* $5\sqrt{3}$.

Dati b=5 e c=$5\sqrt{3}$, *trovare* β, γ, *a*

- *Dalla formula* $tg\beta = \frac{b}{c} \Rightarrow tg\beta = \frac{\cancel{5}}{\cancel{5}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ *si ricava* $\beta = 30°$.
- *L'angolo* γ *sarà:* $\gamma = 90° - \beta = 90° - 30° = 60°$, $\gamma = 60°$
- *Dalla formula* $a = \frac{b}{sen\beta} \Rightarrow a = \frac{5}{sen30°} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$, $a = 10$

2° caso - Noti l'ipotenusa *a* e un cateto *b*, determinare *c*, β, γ.



- ***Calcolo di*** β

Dalla formula $b = a \cdot sen\beta$ si ottiene $\boxed{sen\beta = \frac{b}{a}}$ da cui si ricava β.

- ***Calcolo di*** γ

L'angolo γ sarà: $\boxed{\gamma = 90° - \beta}$

- ***Calcolo di c***

Dalla formula $\boxed{c = a \cdot sen\gamma,}$ si ricava *c*.

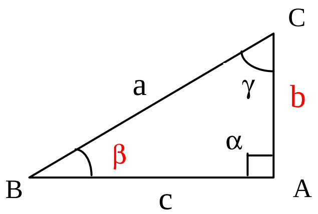
Esempio

Risolvere il triangolo rettangolo ABC sapendo che l'ipotenusa BC e il cateto AC misurano rispettivamente $14\sqrt{2}$ *e* 14.

Dati a=$14\sqrt{2}$ e b=*14, trovare* β, γ, *c*

- *Dalla formula* $sen\beta = \frac{b}{a} \Rightarrow sen\beta = \frac{\cancel{14}}{\cancel{14}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ *si ricava* $\beta = 45°$.
- *Dalla formula* $\gamma = 90° - \beta \Rightarrow \gamma = 90° - 45° = 45°$, $\gamma = 45°$
- *Dalla formula* $c = a \cdot sen\gamma \Rightarrow c = 14\sqrt{2} \cdot sen45° = 14\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 14$, $c = 14$

3° caso - Noti il cateto *b* e un angolo acuto β, determinare *a*, *c*, γ.



- ***Calcolo di*** γ

L'angolo γ sarà: $\boxed{\gamma = 90° - \beta}$

– ***Calcolo di c***

Dalla formula $\boxed{c = b \cdot tg\gamma}$ si ricava *c*.

– ***Calcolo di a***

Dalla formula $b = a \cdot sen\beta$ si ricava: $\boxed{a = \dfrac{b}{sen\beta}}$

<u>*Esempio*</u>

Risolvere il triangolo rettangolo ABC sapendo che il cateto AC e l'angolo β *misurano rispettivamente 21 e 60°.*

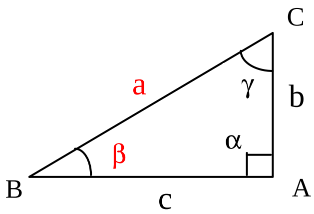
Dati *b*=21 e β=60°, *trovare* γ*, a, c*

– *Dalla formula* $\gamma = 90° - \beta \Rightarrow \gamma = 90° - 60° = 30°$, $\gamma = 30°$

– *Dalla formula* $a = \dfrac{b}{sen\beta} \Rightarrow a = \dfrac{21}{sen60°} = \dfrac{21}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 21 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 14\sqrt{3}$, $a = 14\sqrt{3}$

– *Dalla formula* $c = b \cdot tg\gamma \Rightarrow c = 21 \cdot tg30° = \cancel{21} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\cancel{3}} = 7\sqrt{3}$, $c = 7\sqrt{3}$

4° caso - Noti l'ipotenusa *a* e un angolo acuto β, determinare *b, c,* γ.



– ***Calcolo di*** γ

L'angolo γ sarà: $\boxed{\gamma = 90° - \beta}$

– ***Calcolo di b***

Dalla formula $\boxed{b = a \cdot sen\beta}$ si ricava *b*.

– ***Calcolo di c***

Dalla formula $\boxed{c = a \cdot cos\beta,}$ si ricava *c*.

Esempio

Risolvere il triangolo rettangolo ABC sapendo che l'ipotenusa BC e l'angolo β *misurano rispettivamente* $2\sqrt{3}+2$ *e* 45°.

Dati $a=2\sqrt{3}+2$ e β=45°, *trovare* γ, *b*, *c*

- *Dalla formula* $\gamma = 90° - \beta \Rightarrow \gamma = 90° - 45° = 45°$, $\gamma = 45°$
- *Dalla formula* $b = a \cdot sen\beta \Rightarrow b = (2\sqrt{3}+2)sen45° = (\cancel{2}\sqrt{3}+\cancel{2})\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} =$

  $= (\sqrt{3}+1)\sqrt{2} = \sqrt{6}+\sqrt{2}$, $b = \sqrt{6}+\sqrt{2}$
- *Dalla formula* $c = a \cdot cos\,\beta \Rightarrow c = \left(2\sqrt{3}+2\right) \cdot cos\,45° = \left(\cancel{2}\sqrt{3}+\cancel{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$

  $= \left(\sqrt{3}+1\right) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}+\sqrt{2}$, $c = \sqrt{6}+\sqrt{2}$