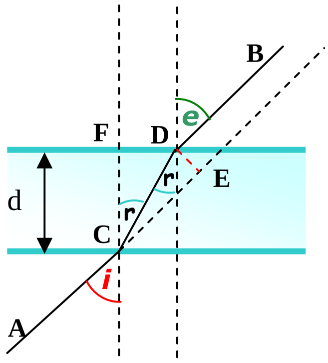
Applicazione della trigonometria alla fisica

Lamina trasparente a facce piane e parallele



Si voglia calcolare lo spostamento *s* che subisce un raggio luminoso monocromatico quando attraversa una lastra trasparente a facce piane e parallele di spessore d, sapendo che l'indice di rifrazione è ***n*** e l'angolo d'incidenza è $\widehat{i}$.

Applicando le leggi della rifrazione, risulta che $\widehat{e} = \widehat{i}$ e perciò il raggio incidente AC è parallelo al raggio emergente DB.

Per calcolare lo spostamento DE (E è il piede della perpendicolare condotta da D alla retta del raggio incidente) consideriamo il triangolo rettangolo CFD, l'ipotenusa sarà

$$\overline{DC} = \frac{\overline{CF}}{\cos r} = \frac{d}{\cos r},$$

Nel triangolo rettangolo CDE, si ha

$$\overline{DE} = \overline{CD} \cdot sen\,(i - r) \quad \Rightarrow \quad s = \frac{d}{\cos r}\, sen\,(i - r) \qquad (1)$$

L'angolo di rifrazione $\widehat{r}$ si può ricavare dalla relazione

$$\frac{sen\;\; i}{sen\;\; r} = n \quad \Rightarrow \quad sen\;\; r = \frac{sen\;\; i}{n}$$

Dalla (1) si ha:

$$s = d\,\frac{sen\; i \cdot \cos r - \cos i \cdot sen\; r}{\cos r} = d(sen\; i - \cos i \cdot tg\; r); \qquad (2)$$

ricordando che *r* è un angolo acuto e che $tg\;\; r = \dfrac{sen\;\; r}{\cos r}$ si ha

$$tg\; r = \frac{sen\; r}{\cos r} = \frac{sen\; r}{\sqrt{1 - sen^2 r}} = \frac{\dfrac{sen\; i}{n}}{\sqrt{1 - \dfrac{sen^2 i}{n^2}}} = \frac{sen\; i}{\sqrt{n^2 - sen^2 i}},$$

Dalla (2) si ottiene

$$s = d\left(sen\ i - \frac{sen\ i\ cos\ i}{\sqrt{n^2 - sen^2 i}}\right) = d \cdot sen\ i \cdot \left(1 - \frac{cos\ i}{\sqrt{n^2 - sen^2 i}}\right) = d \cdot sen\ i \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{1 - sen^2 i}{n^2 - sen^2 i}}\right).$$

Quindi:
Lo spostamento è funzione dello spessore della lastra, dell'angolo d'incidenza e dell'indice di rifrazione.