EQUAZIONI GONIOMETRICHE ELEMENTARI
CHE SI RISOLVONO CON PARTICOLARI METODI

Vi sono poi alcune equazioni che prevedono l'uguaglianza fra le funzioni goniometriche di due angoli diversi; in particolare:

- sen [f(x)] = sen [g(x)] è equivalente a f(x) =g(x) + 2kπ V f(x) +g(x) = π + 2kπ
- cos [f(x)] = cos [g(x)] è equivalente a f(x) = g(x) + 2kπ V f(x) = - g(x) + 2kπ
- tan [f(x)] = tan [g(x)] è equivalente a f(x) = g(x) + kπ

■ *Esempio1*

Risolvere l'equazione:

$sen3x = sen2x$
Deve risultare:
$3x = 2x + 2k\pi \vee 3x = \pi - 2x + 2k\pi$
da cui si ricava:
$x = 2k\pi$;

$$5x = \pi + 2k\pi \Longrightarrow x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$$

Quindi le soluzioni sono:

$$x = 2k\pi$$
$$x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$$

■ *Esempio 2*

Risolvere l'equazione:

$$\cos(3x - \frac{\pi}{9}) = \cos(x + \frac{5}{18}\pi)$$

Deve risultare:

$$3x - \frac{\pi}{9} = \pm\left(x + \frac{5}{18}\pi\right) + 2k\pi$$

da cui si ricava:

$$3x - \frac{\pi}{9} = x + \frac{5}{18}\pi + 2k\pi \Longrightarrow 2x = \frac{7}{18}\pi + 2k\pi \Longrightarrow x = \frac{7}{36}\pi + k\pi$$
$$3x - \frac{\pi}{9} = -x - \frac{5}{18}\pi + 2k\pi \Longrightarrow 4x = -\frac{3}{18}\pi + 2k\pi \Longrightarrow x = -\frac{3}{72}\pi + k\frac{\pi}{2}$$

Quindi le soluzioni sono:

$$x = \frac{7}{36}\pi + k\pi$$
$$x = -\frac{3}{72}\pi + k\frac{\pi}{2}$$

■ *Esempio 3*

Risolvere l'equazione:

$\mathrm{tg}(x + 20°) = \mathrm{tg}(50° + 5x)$
Deve risultare:

$x+20°=50°+5x+k180° \Longrightarrow -4x=30°+k180° \Longrightarrow x=-\frac{30°}{4}+k\frac{180°}{4} \Longrightarrow x=-7°30'+k45°$

Quindi le soluzioni sono:

$\boxed{x=-7°30'+k45°}$

- *Esempio 4*

Risolvere l'equazione:

$senx = cos3x$

Ricordando che gli angoli complementari hanno il seno uguale al coseno, si può scrivere:

$senx = sen\left(\frac{\pi}{2}-3x\right)$

Deve risultare:

$x=\frac{\pi}{2}-3x+2k\pi \vee x=\pi-\frac{\pi}{2}+3x+2k\pi$

da cui si ricava:

$4x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \vee -2x=\pi-\frac{\pi}{2}+2k\pi$

$x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2} \vee x=-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}+k\pi \Longrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$

Quindi le soluzioni sono:

$$\boxed{\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2} \\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}}$$

- In conclusione, ci sono particolari equazioni elementari che si possono risolvere con le proprietà della seguente tabella.

Tipo di equazione	Proprietà
$\text{sen}\,\alpha=\text{sen}\,\alpha'$	$\text{sen}\,\alpha=\text{sen}\,\alpha' \Leftrightarrow \alpha=\alpha'+2k\pi \vee \alpha+\alpha'=\pi+2k\pi$
$\text{sen}\,\alpha=-\text{sen}\,\alpha'$	$-\text{sen}\,\alpha'=\text{sen}(-\alpha')$
$\text{sen}\,\alpha=\cos\alpha'$	$\cos\alpha'=\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha'\right)$
$\text{sen}\,\alpha=-\cos\alpha'$	$-\cos\alpha'=-\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha'\right)=\text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}+\alpha'\right)$
$\cos\alpha=\cos\alpha'$	$\cos\alpha=\cos\alpha' \Leftrightarrow \alpha=\pm\alpha'+2k\pi$
$\cos\alpha=-\cos\alpha'$	$-\cos\alpha'=\cos(\pi-\alpha')$
$\text{tg}\,\alpha=\text{tg}\,\alpha'$	$\text{tg}\,\alpha=\text{tg}\,\alpha' \Leftrightarrow \alpha=\alpha'+k\pi$
$\text{tg}\,\alpha=-\text{tg}\,\alpha'$	$-\text{tg}\,\alpha'=\text{tg}(-\alpha')$