EQUAZIONI OMOGENEE IN *SEN X* E *COS X*

Un'equazione in sen x e cos x si dice ***omogenea*** se i suoi termini sono tutti dello stesso grado.

Le equazioni omogenee possono essere:
- di primo grado $\rightarrow a\ senx + bcosx = 0$
- di secondo grado $\rightarrow a\ sen^2x + bsenx\ cosx + c\ cos^2x = 0$
- di terzo grado $\rightarrow a\ sen^3x + bsen^2x\ cosx + c\ senxcos^2x + d\ cos^3x = 0$

  e così via

EQUAZIONI OMOGENEE DI 2° GRADO

Si definisce ***equazione omogenea di secondo grado in sen x e cos x*** *un'equazione in cui tutti i suoi termini sono di 2° grado*.

$$\boxed{a \cdot sen^2 x + b \cdot senx \cdot cosx + c \cdot cos^2 x = 0}$$

Si possono distinguere i seguenti casi:

1. $a = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{b \cdot senx \cdot cosx + c \cdot cos^2 x = 0}$, si raccoglie $cosx$ a fattor comune e si ottiene una equazione elementare e una lineare $\Rightarrow$

   $cosx \cdot (b \cdot senx + c \cdot cosx) = 0$

   $\Rightarrow cosx = 0$, $b \cdot senx + c \cdot cosx = 0$

   oppure

   $c = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{a \cdot sen^2 x + b \cdot senx \cdot cosx = 0}$, si raccoglie $senx$ a fattor comune e si ottiene una equazione elementare e una lineare $\Rightarrow senx \cdot (a \cdot senx + b \cdot cosx) = 0$

   $\Rightarrow senx = 0$, $a \cdot senx + b \cdot cosx = 0$

2. $a \neq 0$, $c \neq 0$ (b qualsiasi) $\Rightarrow$ $\boxed{a \cdot sen^2 x + b \cdot senx \cdot cosx + c \cdot cos^2 x = 0}$ (1), si divide per $cos^2 x \neq 0$ (con $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$) ottenendo l'equazione $a \cdot tg^2 x + b \cdot tgx + c = 0$ che si risolve ponendo $tgx = t \Rightarrow a \cdot t^2 + b \cdot t + c = 0$ (2).

   <u>Nota</u>: *Se le soluzioni di $cosx = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, non sono soluzioni della (1), allora non sono soluzioni della (2).*
   Se le soluzioni di $cosx = 0$ sono soluzioni della (1), allora alle soluzioni della (2), bisogna aggiungere $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

   <u>Nota:</u>
   Si può anche dividere per sen^2x e trasformare così l'equazione in una di 2° grado in $ctgx$.

EQUAZIONI RICONDUCIBILI AD OMOGENEE DI 2° GRADO

L'equazione del tipo

$$\boxed{a \cdot sen^2 x + b \cdot senx \cdot cosx + c \cdot cos^2 x = d} \quad \text{con } d \neq 0$$

non è omogenea essendo presente il termine noto $d \neq 0$ di grado zero, ma può essere trasformata in omogenea moltiplicando il termine noto *d* per $\cos^2 x + sen^2 x$, uguale a 1 per $\forall x$.

Cioè:

$$a\ sen^2 x + bsenx\ cosx + c\ cos^2 x = d(sen^2 x + cos^2 x)$$

$$(a-d)\ sen^2 x + bsenx\ cosx + (c-d)\ cos^2 x = 0$$

e l'equazione ottenuta si risolverà con il metodo già visto.