

EQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI IN SENO E COSENO

Un'equazione goniometrica si dice **lineare** in $\sin x$ e $\cos x$ se è del tipo:

$$a \sin x + b \cos x + c = 0 \quad (1)$$

con $a \neq 0, b \neq 0$.

Si possono distinguere i seguenti casi:

1. $c = 0 \Rightarrow a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = 0$, si divide per $\cos x$ ottenendo $a \cdot \operatorname{tg} x + b = 0$ che è una
 2. equazione goniometrica elementare $\Rightarrow \operatorname{tg} x = -\frac{b}{a} \Rightarrow$ da cui si ricava x .

3. $c \neq 0 \Rightarrow a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + c = 0$

Primo metodo: si usano le formule parametriche ponendo $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ con

$$\frac{x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow x \neq \pi + 2k\pi \text{ e la (1) diventa } a \cdot \frac{2t}{1+t^2} + b \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2} + c = 0$$

I valori $x \neq \pi + 2k\pi$ potrebbero essere soluzioni della (1) e quindi bisogna fare la verifica (sostituirli nell'eq. data alla x e se l'eq. diventa una identità vuol dire che sono soluzioni dell'eq. stessa) e in caso di esito favorevole aggiungerli alle soluzioni trovate.

Secondo metodo: si imposta un sistema associando all'equazione lineare l'identità

$$\text{goniometrica } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + c = 0 \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases}$$