EQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI IN SENO E COSENO

$$\boxed{a sen x + b \cos x + c = 0} \quad (1)$$

1. $c = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a \cdot sen x + b \cdot \cos x = 0}$, si divide per $\cos x$ ottenendo $a \cdot tg x + b = 0$ che è una equazione goniometrica elementare $\Rightarrow tg x = -\frac{b}{a} \Rightarrow$ da cui si ricava x.
2. $c \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a \cdot sen x + b \cdot \cos x + c = 0}$

   Primo metodo: si usano le formule parametriche ponendo $tg \frac{x}{2} = t$ con $\frac{x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow \quad x \neq \pi + 2k\pi$ e la (1) diventa $a \cdot \frac{2t}{1+t^2} + b \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2} + c = 0$

   I valori $x \neq \pi + 2k\pi$ potrebbero essere soluzioni della (1) e quindi bisogna fare la verifica (*sostituirli nell'eq. data alla x e se l'eq. diventa una identità vuol dire che sono soluzioni dell'eq. stessa*) e in caso di esito favorevole aggiungerli alle soluzioni trovate.

   Secondo metodo: si imposta un sistema associando all'equazione lineare l'identità goniometrica $sen^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} a \cdot sen x + b \cdot \cos x + c = 0 \\ sen^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases}$

EQUAZIONI OMOGENEE DI II GRADO IN SENO E COSENO

$$\boxed{a \cdot sen^2 x + b \cdot sen x \cdot \cos x + c \cdot \cos^2 x = 0}$$

1. $a = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{b \cdot sen x \cdot \cos x + c \cdot \cos^2 x = 0}$, si raccoglie $\cos x$ a fattor comune e si ottiene una equazione elementare e una lineare

   $\Rightarrow \cos x \cdot (b \cdot sen x + c \cdot \cos x) = 0$

   $\Rightarrow \cos x = 0, \; b \cdot sen x + c \cdot \cos x = 0$

   oppure

   $c = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a \cdot sen^2 x + b \cdot sen x \cdot \cos x = 0}$, si raccoglie $sen x$ a fattor comune e si ottiene una equazione elementare e una lineare $\Rightarrow sen x \cdot (a \cdot sen x + b \cdot \cos x) = 0$

   $\Rightarrow sen x = 0, \; a \cdot sen x + b \cdot \cos x = 0$

2. $a \neq 0$, $c \neq 0$ $\Rightarrow$ (b qualsiasi) $\boxed{a \cdot sen^2 x + b \cdot senx \cdot cos\, x + c \cdot cos^2\, x = 0}$ (1), si divide per $cos^2\, x \neq 0$ (con $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$) ottenendo l'equazione $a \cdot tg^2 x + b \cdot tgx + c = 0$ che si risolve ponendo $tgx = t \Rightarrow$ $a \cdot t^2 + b \cdot t + c = 0$ (2).

<u>*Nota*</u>: *Se le soluzioni di* $cos\, x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, *non sono soluzioni della (1), allora non sono soluzioni della (2).*
Se le soluzioni di $cos\, x = 0$ *sono soluzioni della (1), allora alle soluzioni della (2), bisogna aggiungere* $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

<u>Caso particolare</u>

$\boxed{a \cdot sen^2 x + b \cdot senx \cdot cos\, x + c \cdot cos^2\, x = d}$ con $d \neq 0$

si moltiplica il termine noto *d* per $\cos^2 x + sen^2 x$ e si ottiene

$$(a-d)sen^2 x + bsenx \cos x + (c-d)\cos^2 x = 0$$

e quindi si ritorna ai casi precedenti.