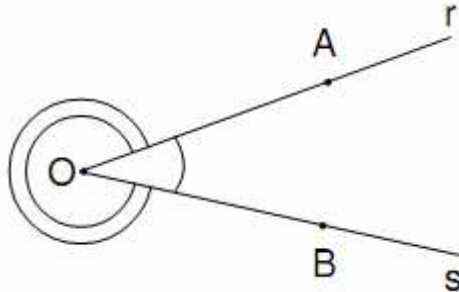


1. ANGOLI E LORO MISURE

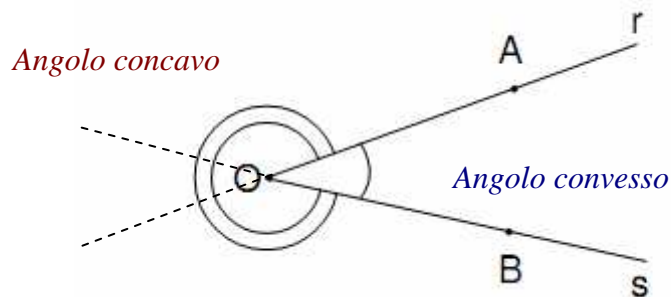
1.1 Angolo (def. statica)

Due semirette con la stessa origine dividono il piano in due parti, ciascuna delle quali è detta **angolo**.



Le due semirette si dicono **lati** dell'angolo e la loro comune origine **vertice** dell'angolo.

L'angolo si dice **convesso** se non contiene i prolungamenti dei lati, **concavo** in caso contrario.



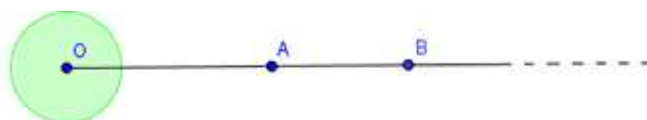
Per indicare un angolo si possono usare le lettere dell'alfabeto greco (α , β , γ , ...) oppure si può scrivere \widehat{AOB} , dopo aver fissato un punto A su un lato ed un punto B sull'altro ed indicato con O il vertice.

Angolo nullo e angolo giro

Se i due lati di un angolo coincidono, uno degli angoli viene detto *angolo nullo*, mentre l'altro viene detto *angolo giro*.



Angolo nullo



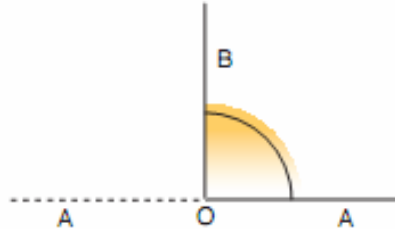
Angolo giro

Angolo piatto

L'angolo i cui lati sono l'uno il prolungamento dell'altro si dice *angolo piatto*.

**Angolo retto**

L'angolo i cui lati sono lati perpendicolari si dice *angolo retto*.

**1.2 Misura in gradi sessagesimali****Unità di misura - Angolo grado**

Si dice **angolo grado** l'angolo dato dalla 360-esima parte di un angolo giro. Di conseguenza, l'angolo giro misura 360° , un angolo piatto 180° , l'angolo retto 90° .

Primi e Secondi

L'angolo di un grado può essere diviso in 60 parti uguali, ciascuna delle quali è detta un **angolo di un primo di grado** (indicato con $'$), o, più semplicemente *angolo di un primo*.

L'angolo di un primo può essere diviso in 60 parti ciascuna delle quali è chiamata **angolo di un secondo di grado** (indicato con $''$), o *angolo di un secondo*.

Un angolo più piccolo di un secondo si esprime con decimali di secondo, ad esempio $47,2''$.

Riassumendo tra gradi, primi e secondi valgono le seguenti relazioni:

- Relazioni tra primi e gradi

$$\alpha = 1' \Rightarrow \alpha = (1/60)^\circ \quad \wedge \quad \beta = 60' \Rightarrow \beta = 1^\circ$$

- Relazioni tra primi e secondi

$$\alpha = 1'' \Rightarrow \alpha = (1/60)' \quad \wedge \quad \beta = 60'' \Rightarrow \beta = 1'$$

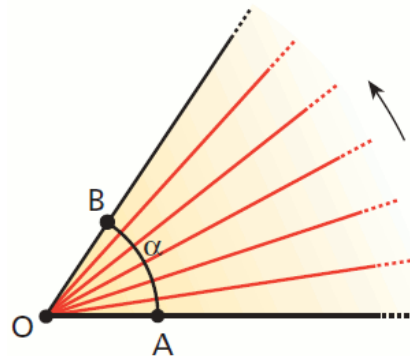
- Relazioni tra secondi e gradi

$$\alpha = 1'' \Rightarrow \alpha = (1/3600)^\circ \quad \wedge \quad \beta = 3600'' \Rightarrow \beta = 1^\circ$$

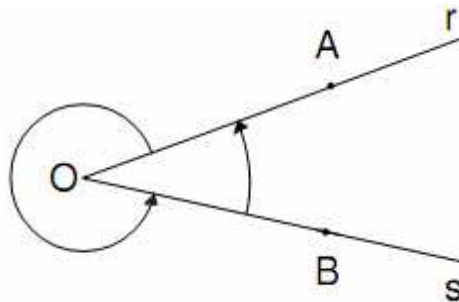
Esempio di angolo con gradi, primi e secondi: $A\hat{O}B = 165^\circ 15' 20''$

1.3 Angolo (def. dinamica)

Si definisce **angolo** l'insieme di tutte le posizioni assunte nel piano da una semiretta di origine O che ruota attorno ad O .

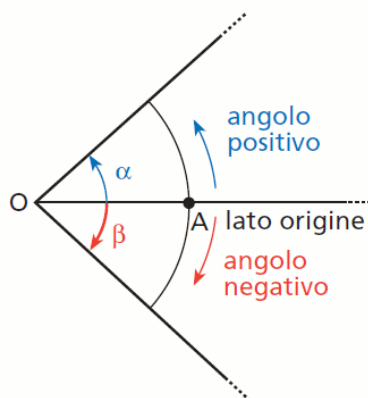


In una visione dinamica, si può pensare di avere ottenuto l'angolo \widehat{AOB} facendo ruotare il lato s attorno ad O fino a raggiungere la posizione r oppure di averlo ottenuto facendo ruotare il lato r con attorno ad O fino a raggiungere la posizione s .



Utilizzando i due possibili versi di rotazione, definiamo il concetto di angolo orientato.

Un angolo si dirà orientato **positivamente** se ottenuto da una rotazione in **senso antiorario**, **negativamente** se ottenuto da una rotazione in **senso orario**.



SENSO ANTIORARIO

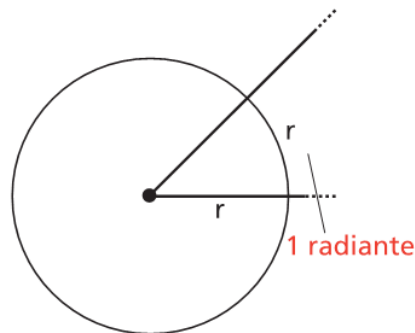


SENSO ORARIO

1.4 Misura in gradi radianti

Unità di misura - Angolo radiante

Si dice **angolo radiante** (o semplicemente radiante) l'angolo che ha vertice nel centro di una circonferenza e sottende un arco di lunghezza pari al raggio.



Dal momento che vi è un rapporto di proporzionalità tra gli archi di circonferenza e i rispettivi angoli al centro, prendendo come unità di misura per gli archi il raggio e per gli angoli il radiante, consegue che le misure di arco e angolo vengono espresse dallo stesso numero.

Ecco dunque che se la misura di una circonferenza, riferita al proprio raggio, è espressa da 2π , anche l'angolo giro, in radianti è 2π .

La misura in radianti di un angolo è pertanto data:

$$\alpha^r = \frac{l}{r}$$

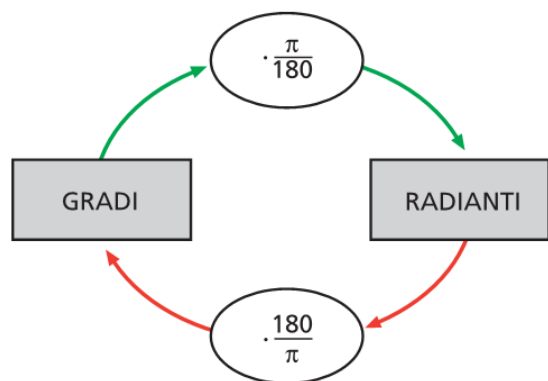
1.5 Metodo pratico per passare dalla misura in gradi sessagesimali a quella in radianti e viceversa:

Se α° è la misura in gradi di un angolo e α^r la misura in radianti dello stesso angolo, si ha:

$$360^\circ : 2\pi = \alpha^\circ : \alpha^r$$

$$\alpha^\circ = \frac{360^\circ \cdot \alpha^r}{2\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \alpha^r$$

$$\alpha^r = \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot \alpha^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^\circ$$



GRADI	0°	30°	45°	60°	90°	135°	180°	270°	360°
RADIANTI	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π