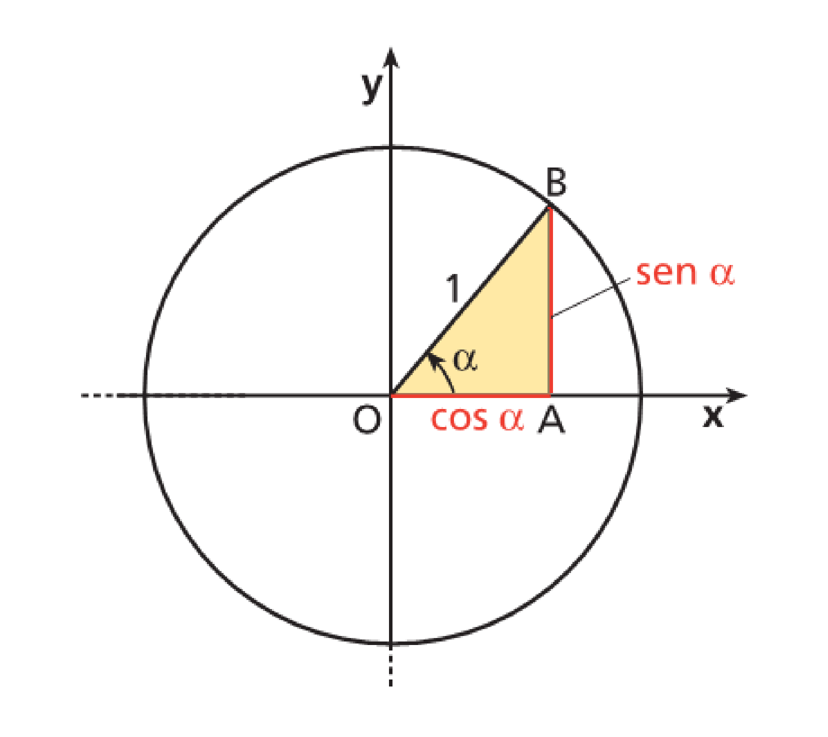
Relazioni notevoli tra le funzioni goniometriche

LA PRIMA RELAZIONE FONDAMENTALE



Prima relazione fondamentale della goniometria

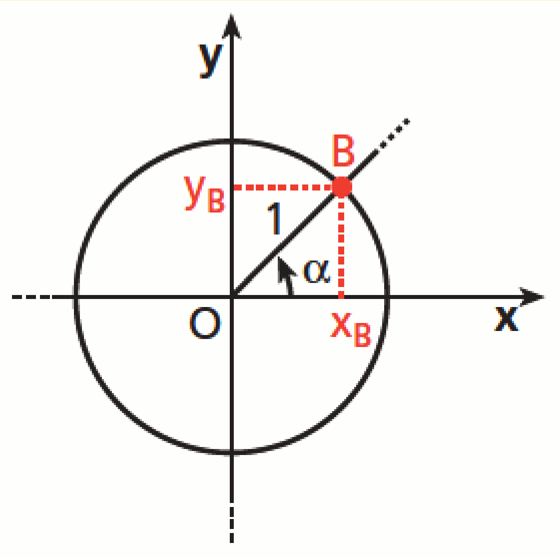
Per il teor. di Pitagora applicato al triangolo *BOA* vale la relazione:

$$\overline{OA}^2 + \overline{BA}^2 = \overline{OP}^2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha = 1}$$

LA SECONDA RELAZIONE FONDAMENTALE



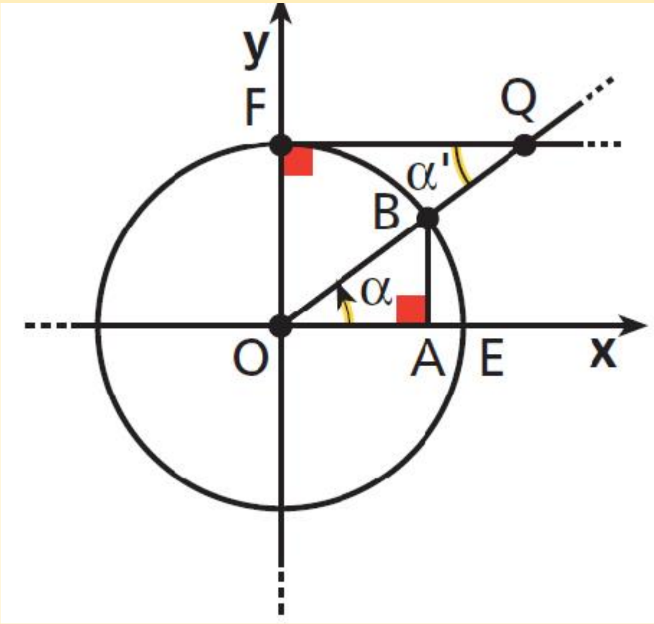
Seconda relazione fondamentale della goniometria

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{y_B}{x_B}$$

y_B = sen α , x_B = cos α ,

$$\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}}$$

LA TERZA RELAZIONE FONDAMENTALE



Terza relazione fondamentale della goniometria

$$\text{cotg}\alpha = \frac{x_B}{y_B}$$

$y_B = \text{sen}\ \alpha$, $x_B = \cos\ \alpha$,

$$\boxed{\text{cotg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\text{sen}\alpha}}$$

Relazioni notevoli tra le funzioni goniometriche

- **Noto il seno ricavare il coseno e viceversa:**

Un primo esempio di legame è $\cos^2 a + \text{sen}^2 a = 1$ che lega i valori assunti da seno e coseno.
In modo che definito l'uno, l'altro è noto almeno nel modulo (ma **non** nel segno).

Da cui, se è noto $\cos\alpha$, $sen\,\alpha = \pm\sqrt{1-cos^2\alpha}$

mentre, se è noto $\text{sen}\,\alpha$, $cos\,\alpha = \pm\sqrt{1-sen^2\alpha}$

- **Nota la tangente ricavare seno e coseno:**

Dalla relazione $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ dividendo ambo i membri per il $cos^2\alpha$ che, visto che la tangente esiste finita, non è nullo, si ha:

$$\frac{sen^2\alpha}{cos^2\alpha} + \frac{cos^2\alpha}{cos^2\alpha} = \frac{1}{cos^2\alpha}$$

$$tag^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha}$$

da cui si ottiene:

$$cos\alpha = \frac{1}{\mp\sqrt{1 + tag^2\alpha}}$$

Relazioni notevoli tra le funzioni goniometriche

Sostituendo il coseno trovato nella relazione $tg\,\alpha = \dfrac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha}$ e ricavando poi il valore di senα, si ottiene:

$$sen\alpha = \frac{tag\alpha}{\mp\sqrt{1+tag^2\alpha}}$$

RIEPILOGO

NOTO	$sen\,\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$
$sen\,\alpha$	$sen\,\alpha$	$\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$	$\dfrac{tg\,\alpha}{\pm\sqrt{1+tg^2\alpha}}$	$\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+ctg^2\alpha}}$
$\cos\alpha$	$\pm\sqrt{1-sen^2\alpha}$	$\cos\alpha$	$\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+tg^2\alpha}}$	$\dfrac{ctg\,\alpha}{\pm\sqrt{1+ctg^2\alpha}}$
$tg\,\alpha$	$\dfrac{sen\,\alpha}{\pm\sqrt{1-sen^2\alpha}}$	$\dfrac{\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$	$tg\,\alpha$	$\dfrac{1}{ctg\,\alpha}$
$ctg\,\alpha$	$\dfrac{\pm\sqrt{1-sen^2\alpha}}{sen\,\alpha}$	$\dfrac{\cos\alpha}{\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$	$\dfrac{1}{tg\,\alpha}$	$ctg\,\alpha$

Prof.ssa CaterinaVespia