CONGRUENZE TRA FIGURE DEL PIANO

ASSIOMI

15. La congruenza tra figure è una relazione di equivalenza

16. Tutte le rette del piano sono congruenti tra loro; così come tutti i piani, tutti i semipiani e tutte le semirette

17. Sopra una retta, a partire da un punto di essa, esiste, in ciascuno dei due versi, uno e un solo segmento congruente a un segmento dato.

18. Dato un insieme di semirette uscenti da uno stesso vertice O e fissati, in esso, una semiretta *p* detta origine e un ordinamento, allora esiste una e una sola semiretta uscente da O che forma con *p* un angolo congruente a un angolo dato.

19. Somme o differenze di segmenti congruenti sono congruenti.

20. Somme o differenze di angoli congruenti sono congruenti.

21. Il segmento AB è congruente al segmento BA e l'angolo ABC è congruente all'angolo CBA.

22. L'addizione fra segmenti e quella fra angoli godono delle proprietà associativa e commutativa.

23. Segmenti che sono multipli (o sottomultipli), secondo uno stesso numero n, di segmenti congruenti sono congruenti.

24. Angoli che sono multipli (o sottomultipli), secondo uno stesso numero n, di angoli congruenti sono congruenti.

25. Angoli piatti sono congruenti fra loro.

26. Angoli opposti al vertice sono congruenti.

27. Due poligoni sono congruenti se e solo hanno tutti i lati e tutti gli angoli rispettivamente congruenti.

28. In poligoni congruenti, ad angoli congruenti sono opposti lati congruenti e, viceversa, a lati congruenti sono opposti angoli congruenti.

29. Detto *A* l'insieme di segmenti del piano esiste una funzione f con le seguenti proprietà:

    - associa a ogni segmento dell'insieme uno e un solo numero reale non negativo detto misura o lunghezza del segmento;
    - la lunghezza di un segmento è uguale a zero se e solo se gli estremi del segmento coincidono;
    - se *C* è un punto interno a un segmento AB, allora la lunghezza del segmento AB è uguale alla somma della lunghezza del segmento AC con la lunghezza del segmento CB;
    - per ogni numero reale $a \geq 0$ esiste almeno un segmento del piano che ha lunghezza a;
    - due segmenti sono congruenti se e solo se hanno stessa lunghezza;

- il segmento AB è minore del segmento CD se e solo se la lunghezza di è minore della lunghezza di CD.

30. Detto A l'insieme degli angoli del piano, esiste una funzione f con le seguenti proprietà:

- associa ad ogni angolo dell'insieme uno e un solo numero reale (compreso fra 0 e 360) detto misura (angolare) o ***ampiezza*** dell'angolo;
- l'ampiezza di un angolo è uguale a zero se e solo se i lati dell'angolo coincidono (angolo nullo);
- se p è una semiretta uscente da 0 e interna all'angolo AOB (ossia tale che tutti i punti di p appartengono ad AOB) allora, detto R un punto di p si ha che la misura dell'angolo AOB è uguale alla somma dell'ampiezza dell'angolo AOR con l'ampiezza dell'angolo ROB;
- per ogni numero reale a tale che $0 \leq a \leq 360$, esiste almeno un angolo del piano che ha ampiezza a;
- due angoli sono congruenti se e solo se hanno stessa ampiezza;
- l'angolo AOB è minore dell'angolo CPD se e solo se l'ampiezza di AOB è minore dell'ampiezza di CPD.

31. Un angolo piatto misura 180.

32. Un angolo giro misura 360.

33. Dati due qualunque punti distinti A, B esiste sempre uno e un solo punto medio M del segmento AB.

34. Dato un angolo AOB esiste una e una sola semiretta OC che sia bisettrice dell'angolo.

DEFINIZIONI

32. Due **figure** F_1 e F_2 del piano si dicono **congruenti** quando è possibile, tramite un movimento rigido, fare in modo che ogni punto di F_1 appartenga a F_2 e, viceversa, ogni punto di F_2 appartenga a F_1.

33. La somma di n segmenti tutti congruenti a uno stesso segmento AB si dice **segmento multiplo** secondo n di AB. In tal caso AB si dice sottomultiplo secondo n del segmento somma.

34. La somma di n angoli tutti congruenti a uno stesso angolo AOB si dice **multiplo** secondo n di AOB. In tal caso AOB è sottomultiplo secondo n dell’angolo somma.

35. Dati due segmenti AD e CD, se esiste un punto P appartenente al segmento CD, non coincidente con C né con D e tale che AB = CP, allora si dice che il segmento AB è minore del segmento CD (o, equivalentemente, che CD è maggiore di AR) e si scrive AB < CD (o CD >AB).

36. Detti ABC e XOY due angoli convessi, se esiste un punto P interno all'angolo XOY, tale che ABC =XOP, allora si dice che ABC è minore di XOY (o che XOY è maggiore di ABC) e si scrive ABC<XOY (XOY>ABC).

37. Si dice **punto medio** M di un segmento AB il punto del segmento AB per cui AM=MB.

38. Si dice **bisettrice** di un angolo AOB la semiretta OC interna all'angolo per cui AOC=BOC.

39. Si dice **angolo retto** ciascuno dei due angoli in cui un angolo piatto viene diviso dalla sua bisettrice.
    Un angolo minore di un angolo retto si dice **acuto**; un angolo maggiore di un angolo retto si dice **ottuso**.
    Due angoli entrambi retti o entrambi acuti o entrambi ottusi si dicono della stessa specie.

40. Due angoli la cui somma dà un angolo retto si dicono **complementari**.

TEOREMI

2. Un ***angolo*** è ***retto*** se e solo se ha ampiezza 90°.

IL TRIANGOLO

DEFINIZIONI

41. Un poligono con tre lati si definisce **triangolo**.

42. Un triangolo si dice **isoscele** se e solo se ha due lati congruenti.

43. Un triangolo si dice **equilatero** se e solo se ha tutti e tre i lati congruenti.

44. Un triangolo si dice **scaleno** se e solo se non ha i lati congruenti.

45. Un triangolo si dice **acutangolo** se e solo se ha tutti gli angoli interni acuti.

46. Un triangolo si dice **ottusangolo se e solo se** ha un angolo interno ottuso.

47. Un triangolo si dice **rettangolo** se e solo se ha un angolo interno retto. I lati adiacenti all'angolo retto si dicono **cateti,** il lato opposto all'angolo retto si dice **ipotenusa.**

48. In un triangolo si dice **mediana** relativa a un lato il segmento che congiunge un vertice con il punto medio del lato opposto. Le mediane di un triangolo passano per uno stesso punto detto **baricentro**.

49. In un triangolo si dice **bisettrice** di un angolo interno il segmento, appartenente alla semiretta che ha origine nel vertice dell'angolo, che divide l'angolo in due parti uguali. Le bisettrici degli angoli interni di un triangolo passano per uno stesso punto detto **incentro**.

50. In un triangolo si dice **asse** la retta perpendicolare a un segmento nel suo punto medio. Gli assi dei lati di un triangolo passano per uno stesso punto detto **circocentro**.

51. In un triangolo si dice **altezza** la distanza di un vertice dalla retta del lato opposto. Le altezze di un triangolo passano per uno stesso punto detto **ortocentro**.

CRITERI DI UGUAGLIANZA DEI TRIANGOLI

1°) Due triangoli aventi ordinatamente congruenti due lati e l'angolo da essi formato (o tra essi compreso), sono congruenti

.

2°) Due triangoli aventi ordinatamente congruenti due angoli e il lato adiacente ad entrambi (o tra essi compreso), sono congruenti.

3°) Due triangoli aventi i tre lati ordinatamente congruenti sono congruenti.

TEOREMI

3. In ogni triangolo isoscele gli angoli opposti ai due lati uguali (gli angoli alla base) sono tra loro congruenti.

4. Un triangolo avente due angoli uguali è isoscele, ha uguali tra loro i due lati opposti agli angoli uguali.

5. In ogni triangolo isoscele, la bisettrice dell'angolo al vertice è anche mediana relativa alla base ed è a questa perpendicolare.

6. Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono acuti.

7. In un triangolo equilatero tutti e tre gli angoli sono tra loro uguali.

8. Un triangolo avente tre angoli uguali è equilatero.

9. In ogni triangolo la somma degli angoli interni è un angolo piatto.

10. Un triangolo non può avere più di un angolo retto né più di un angolo ottuso.

CRITERIO DI PARALLELISMO

Teorema fondamentale sulle rette parallele

Condizione necessaria e sufficiente perché due rette complanari siano parallele è che, tagliate da una trasversale, formino: o due angoli alterni (interni o esterni) uguali, o due angoli corrispondenti uguali, o due angoli coniugati (interni o esterni) supplementari.