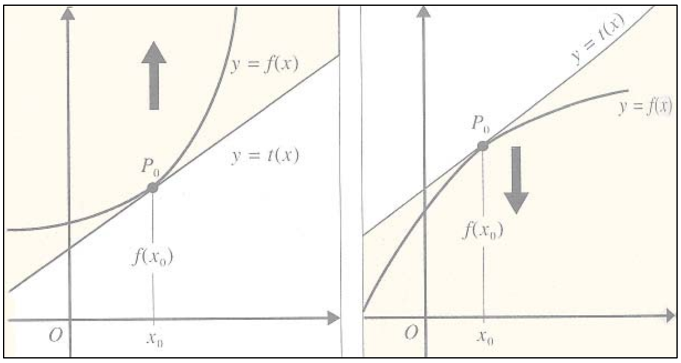
CONCAVITÀ E FLESSI

Sia $y = f(x)$ una funzione definita e derivabile in un intorno I e sia x_o un punto interno ad I. Poiché $f(x)$ è derivabile in I, allora, nel punto $P_0(x_o, f(x_o))$, la tangente t al grafico di $f(x)$ esiste e non è parallela all'asse y.
In questo caso, per comodità di espressione, si dice che la tangente **"sta al di sopra (al di sotto)"** del grafico di $f(x)$ se, per ogni punto x di I ($x \neq x_o$), si ha che, a parità di ascisse, le ordinate dei punti della curva sono maggiori (minori) di quelle della tangente in P_0.

– CONCAVITÀ IN UN PUNTO

Definizione
Data una curva di equazione $y = f(x)$ ed un suo punto P_o di ascissa x_0, si dice che la curva in P_0:

- *volge la **concavità verso l'alto** (oppure la **convessità** verso il basso), se esiste un intorno di x_o nel quale la curva rimane "**al di sopra**" della sua tangente in P_0;*
- *volge la **concavità verso il basso** (oppure la **convessità** verso l'alto), se esiste un intorno di x_o nel quale la curva rimane "**al di sotto**" della sua tangente in P_0. .*



– CONCAVITÀ IN UN INTERVALLO

La nozione di concavità verso l'alto e verso il basso può essere estesa a tutti i punti di un intervallo, mediante la seguente:

Definizione
Si dice che la curva di equazione $y = f(x)$ volge la concavità verso l'alto (o verso il basso) se questo accade in ogni punto di I.

– PUNTO DI FLESSO

Definizione

Si dice che la curva di equazione y = f(x) presenta in P_0 un punto di flesso se in tale punto la curva cambia concavità.

Dalla definizione di flesso segue che, in un punto di flesso, la tangente *t* attraversa la curva.

I flessi possono essere:

- a tangente **obliqua** se la tangente nel punto non è parallela ad uno degli assi
- a tangente **orizzontale** se la tangente nel punto è parallela all'asse x
- a tangente **verticale** se la tangente nel punto è parallela all'asse y
- **ascendenti** se la curva volge la concavità verso il basso a sinistra del punto di flesso e verso l'alto a destra.
- **discendenti** se la curva volge la concavità verso l'alto a sinistra del punto di flesso e verso il basso a destra.

Flessi a tangente verticale

Definizione

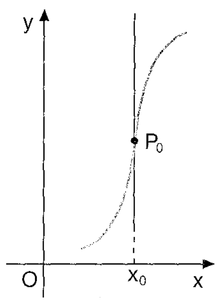
Se una funzione f(x):

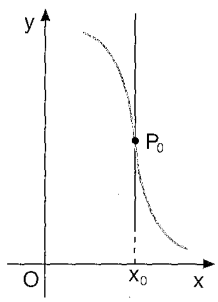
- *è continua in un punto x_0;*
- *non è derivabile in x_0;*
- *è derivabile sia in un intorno sinistro che in un intorno destro di x_0,*

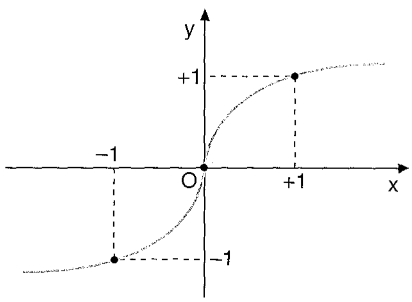
si dice che il grafico di f(x) ha, nel punto $P(x_0,f(x_0))$, un flesso a tangente verticale

ascendente se $\lim_{x \to x_0^-} f'(x) = \lim_{x \to x_0^+} f'(x) = +\infty;$

discendente se $\lim_{x \to x_0^-} f'(x) = \lim_{x \to x_0^+} f'(x) = -\infty.$





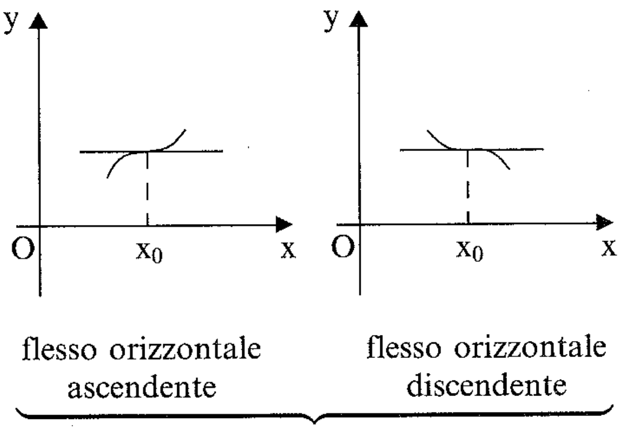


Flessi a tangente orizzontale

Definizione

Si dice che P_0 è un punto di flesso orizzontale per la funzione se la tangente è parallela all'asse x (in tal caso si ha: f'(x)=0).

Se la derivata prima della funzione esiste e si annulla per $x=x_0$ ma non cambia segno in I, ossia la funzione cresce (o decresce) sia a sinistra sia a destra di x_0, allora la funzione ammette per $x=x_0$ un **punto di flesso a tangente orizzontale.**



punti critici non estremanti

Flessi a tangente obliqua

Si dice che P_0 è un punto di flesso obliquo per la funzione se la tangente non è parallela ad uno degli assi (in tal caso si ha: $f'(x) \neq 0$).