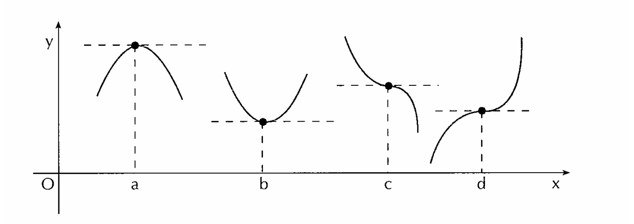
Punti stazionari

Nel caso in cui la derivata nel punto di ascissa x_0 è nulla, cioè $f'(x_0) = 0$, la retta tangente al grafico della funzione nel punto $P(x_0; f(x_0))$ risulta parallela all'asse x (infatti il coefficiente angolare dell'asse x e delle rette a esso parallele è nullo).

Definizione

*Sì dice **punto stazionario** per la funzione f(x) un punto x_0 in cui la derivata della funzione è nulla*

Si dice anche, se è $f'(x_0) = 0$, che il punto $P(x_0; f(x_0))$ del grafico di $f(x)$ è un **punto a tangente orizzontale**.



a, b, c, d sono **punti stazionari**

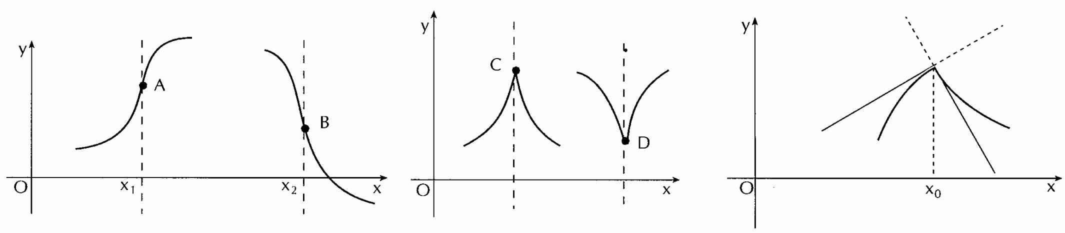
Interpretazione geometrica di alcuni casi di non derivabilità

- Se la funzione $y = f(x)$ non è derivabile in x_0 perché *la sua derivata in x_0 è $+\infty$* (oppure $-\infty$), allora la tangente al grafico nel punto $P(x_0; f(x_0))$ esiste ed è parallela all'asse y.
  L'equazione della tangente è $x = x_0$ (per le rette parallele all'asse y non è definito il coefficiente angolare o, come si suol dire, tali rette hanno coefficiente angolare infinito).
  In casi come questi, se x_0 è un punto interno all'intervallo in cui la funzione è definita, si dice che il punto $P(x_0; f(x_0))$ è un **punto di flesso a tangente verticale** per il grafico della funzione $y = f(x)$.

- Se per la funzione $y = f(x)$, non derivabile in x_0, *la derivata destra è $+\infty$ e quella sinistra è $-\infty$* (o viceversa), la tangente al grafico nel punto $P(x_0; f(x_0))$ esiste ed è parallela all'asse y e avrà quindi equazione $x = x_0$. In tal caso si dice che P è un **punto di cuspide** per il grafico della funzione.

- Se per la funzione $y = f(x)$, non derivabile in x_0, *la derivata destra è l_1 e quella sinistra è l_2* (con $l_1 \neq l_2$), allora $\exists$ due rette tangenti al grafico nel punto $P(x_0; f(x_0))$. In tal caso si dice che P è un **punto angoloso** per il grafico della funzione.

- Se per la funzione $y = f(x)$, non derivabile in x_0, *la derivata destra è finita e quella sinistra è infinita* (o viceversa), allora una delle due rette tangenti al grafico nel punto $P(x_0; f(x_0))$ è parallela all'asse y . Anche in tal caso si dice che P è un **punto angoloso** per il grafico della funzione.



A e B sono **punti di flesso a tg verticale** C e D sono **punti di cuspide** **Punto angoloso**