

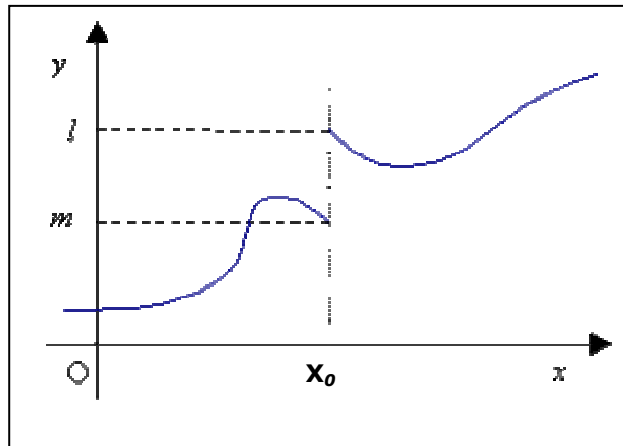
# Punti di discontinuità

**Punti in cui la funzione non è continua**

## 1. Discontinuità di prima specie (a salto)

Si ha una **discontinuità di 1ª specie o di tipo "a salto"** quando, al tendere di  $x$  a  $x_0$ , esistono finiti ma diversi fra loro, sia il limite sinistro sia il limite destro della funzione.

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$$



Il valore assoluto della differenza fra il limite destro e quello sinistro si definisce "**salto**":

$$s = \left| \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \right|$$

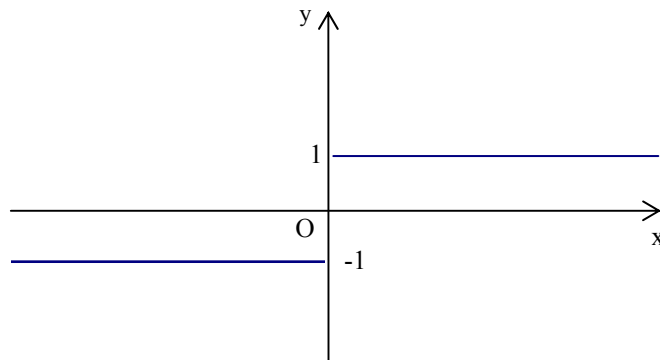
**Esempio**

$$f(x) = \frac{x}{|x|} = \text{signum}(x)$$

Questa funzione  $f(x)$  ha una discontinuità di 1ª specie, o di tipo "salto", in  $x=0$ :

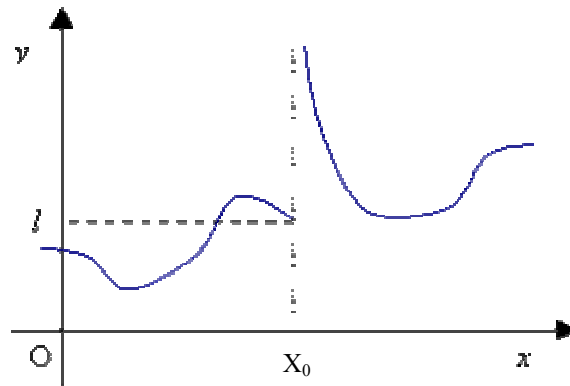
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +1$$

Il salto della  $f(x)$  nell'origine vale 2



## 2. Discontinuità di seconda specie

Si ha una **discontinuità di 2ª specie** quando, al tendere di  $x$  a  $x_0$ , almeno uno fra i due limiti sinistro e destro o non esiste, oppure esiste ma è infinito.



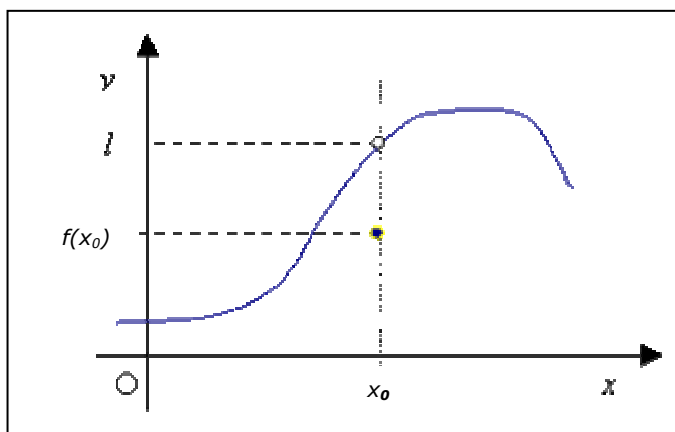
**Esempio**

$$y = \frac{1}{x-3}$$

ha una discontinuità di 2ª specie in  $x=3$  (limiti sinistro e destro infiniti)

## 3. Discontinuità di terza specie o discontinuità eliminabile

Si ha una **discontinuità di 3ª specie (discontinuità di tipo "buco", discontinuità "eliminabile")** quando, al tendere di  $x$  a  $x_0$ , la funzione tende ad un limite finito  $l \in \mathbb{R}$ , ma  $f(x_0)$  o non esiste o è diversa dal valore del limite.



**Esempio**

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1} = \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = x-2, \text{ ma con } x \neq 1$$

("retta col buco": discontinuità di 3ª specie in  $x=1$ )