

PROBLEMI DI MASSIMO E DI MINIMO

La ricerca del massimo e del minimo assoluto di una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato, trova notevoli applicazioni nei problemi di massimo e di minimo.

Si definiscono problemi di massimo e di minimo, problemi di vario tipo il cui scopo è determinare il valore (o i valori) da assegnare all'incognita (cioè l'elemento richiesto dal problema) affinché una certa quantità y , funzione di tale incognita, assuma il valore massimo, o minimo, o entrambi, al variare dell'incognita entro un intervallo I di valori.

Per risolvere tali problemi occorre:

- esprimere la quantità y in funzione dell'incognita e degli elementi assegnati dal problema;
- cercare in I il valore (o i valori) dell'incognita per cui y assume valore massimo o minimo.

Possono essere utili le seguenti proprietà delle funzioni:

- Se k è una costante \Rightarrow le funzioni $f(x)$ e $f(x)+k$, in uno stesso intervallo, assumono il massimo e il minimo per gli stessi valori di x .
- Se k è una costante positiva \Rightarrow le funzioni $f(x)$ e $kf(x)$, in uno stesso intervallo, assumono il massimo e il minimo per gli stessi valori di x .
- Se k è una costante negativa \Rightarrow le funzioni $f(x)$ e $kf(x)$, in uno stesso intervallo, assumono il massimo e il minimo per gli stessi valori di x .
- Se $f(x)$ è una funzione positiva in tutti i punti di un intervallo \Rightarrow le funzioni $f(x)$ e $f^2(x)$ assumono il massimo e il minimo per gli stessi valori di x .

I seguenti *teoremi* permettono di semplificare la risoluzione di alcuni problemi:

- Il prodotto di più variabili positive aventi somma costante, è massimo quando le variabili sono uguali tra loro
- La somma di più variabili positive aventi il prodotto costante, è minima quando esse sono uguali.