

## Le leggi di Gay-Lussac e la temperatura assoluta

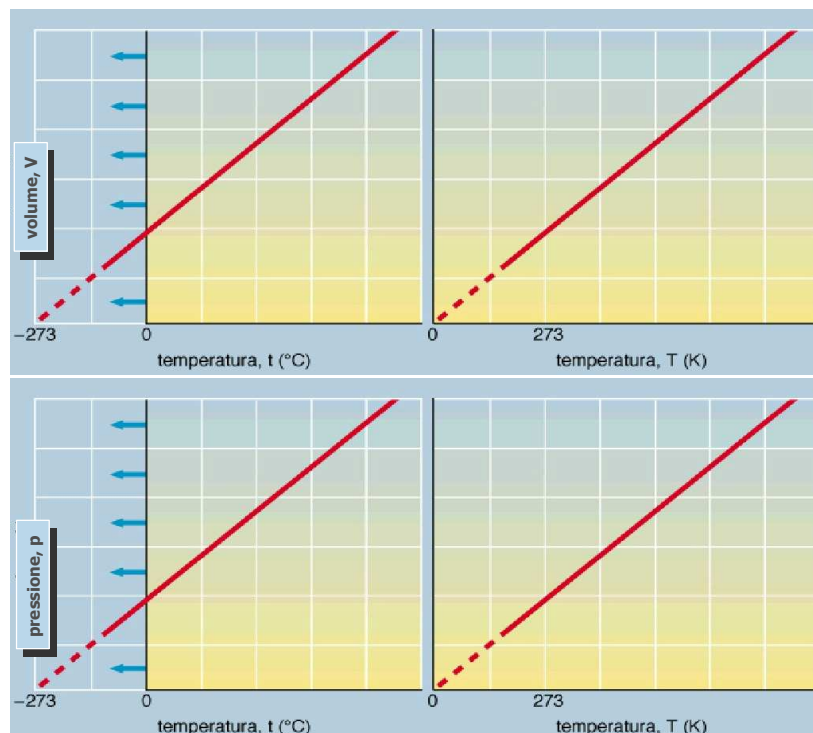
In base alle leggi di Gay-Lussac si verifica che per  $t = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$  si ottiene

$$V_{-273,15} = V_0 \left( 1 + \frac{1}{273,15 \text{ }^\circ\text{C}} (-273,15 \text{ }^\circ\text{C}) \right) = 0$$

$$P_{-273,15} = P_0 \left( 1 + \frac{1}{273,15 \text{ }^\circ\text{C}} (-273,15 \text{ }^\circ\text{C}) \right) = 0$$

Il valore  $-273,15 \text{ }^\circ\text{C}$  rappresenta dunque un valore molto particolare della temperatura perché, al di sotto di esso, si avrebbero stati della materia di volume e pressione addirittura negativi.

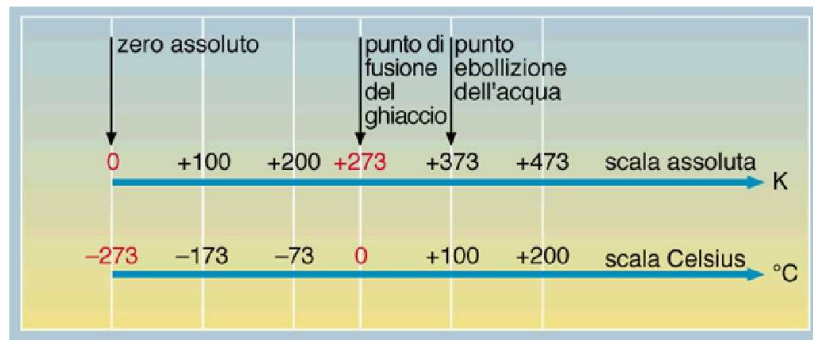
Questa considerazione giustifica la decisione di assumere la temperatura di  $-273,15 \text{ }^\circ\text{C}$  come la più bassa teoricamente raggiungibile ovvero come lo **zero assoluto** della scala Kelvin (detta *scala di temperatura del gas perfetto*).



La temperatura assoluta è indicata con  $T$  e differisce dalla temperatura  $t$  della scala Celsius per la relazione:

$$T = t + 273,15 \text{ }^\circ\text{C}$$

Di conseguenza:  $t = T - 273,15 \text{ } ^\circ\text{C}$



Con  $T_0$  si suole indicare la temperatura del ghiaccio fondente ovvero  $T_0 = 273,15$  e quindi  $t = T - T_0$

Utilizzando la scala Kelvin, anziché la scala Celsius, le leggi di Gay-Lussac possono essere così espresse:

$$V_T = \frac{V_0}{T_0} T \quad \text{e} \quad p_T = \frac{p_0}{T_0} T \quad (1)$$

Infatti:

$$V_t = V_0 \left( 1 + \frac{1}{T_0} t \right) = V_0 \left( 1 + \frac{T - T_0}{T_0} \right) = V_0 \left( \frac{T_0 + T - T_0}{T_0} \right) = V_0 \left( \frac{T}{T_0} \right) = \frac{V_0}{T_0} T$$

In modo analogo si dimostra che  $p_T = \frac{p_0}{T_0} T$

Dalle (1) si nota che la relazione di proporzionalità lineare espressa dalla  $V_t = V_0(1 + \alpha t)$  e dalla  $p_t = p_0(1 + \alpha t)$  si è trasformata in una relazione di proporzionalità diretta.

Il fisico **Clapeyron**, analizzando le leggi di Boyle e Gay-Lussac, giunse a formulare un'importantissima legge:

$$pV = nRT$$

detta **equazione di stato (o caratteristica) dei gas perfetti**.

Tale equazione pone in relazione le tre grandezze che caratterizzano lo stato di un gas: la *pressione*, il *volume* e la *temperatura*.

*Per ricavare l'equazione di stato del gas perfetto ...*

Consideriamo una certa massa di gas perfetto (che segue cioè le leggi di Boyle e Gay-Lussac) alla temperatura  $T_0 = 273,15 \text{ °K} = 0 \text{ °C}$ .

Indichiamo con  $p_0$  la sua pressione e con  $V_0$  il suo volume alla temperatura  $T_0$ .

Il gas si trova quindi nello STATO:  $(p_0, V_0, T_0)$

Sottoponiamo il gas a due trasformazioni:

❖ **trasformazione isoterma**

Portiamo il gas dallo stato  $(p_0, V_0, T_0)$  allo stato  $(p, V, T)$ , cioè facciamo passare la pressione dal valore  $p_0$  al valore  $p$  mantenendo costante la temperatura.

❖ **trasformazione isobara**

Facciamo passare la temperatura da  $T_0$  al valore  $T$  mantenendo costante la pressione  $p$ .

Nel piano di Clapeyron, si ha:

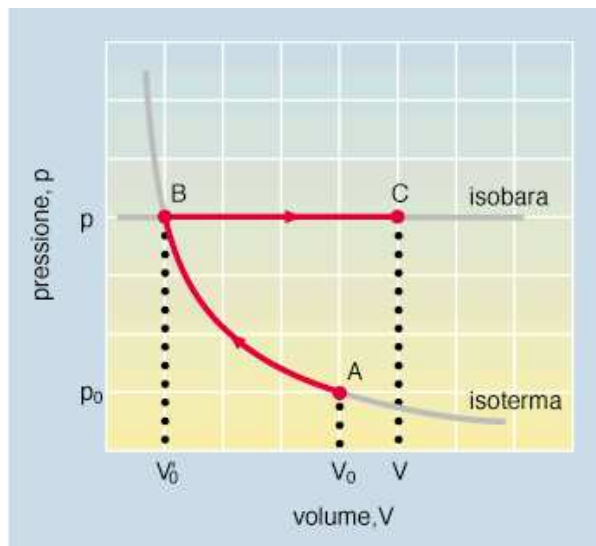
A  $(p_0, V_0, T_0)$

B  $(p, V_0, T_0)$

C  $(p, V, T)$

A  $\longrightarrow$  B: **ISOTERMA**

B  $\longrightarrow$  C: **ISOBARA**



## L'equazione di Clapeyron

$$A \longrightarrow B. \text{ Boyle:} \quad V_0' = \frac{V_0 p_0}{p}$$

$$p \cdot V_0' = p_0 \cdot V_0$$

$$V = \frac{V_0'}{T_0} T$$

$B \longrightarrow C. 1^a \text{ Gay-Lussac:}$

$$\text{Da cui:} \quad V = \frac{V_0 p_0}{p T_0} T$$

$$\text{E infine:} \quad pV = \left( \frac{V_0 p_0}{T_0} \right) T \longrightarrow p \cdot V = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} T$$

## EQUAZIONE DI STATO E TEMPERATURA ASSOLUTA

La costante  $\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}$  dipende però soltanto dalla quantità di gas.

Infatti per il principio di Avogadro è indifferente di che gas si tratti. Considerando quindi una mole di gas, si avrà:

$$p_0 = 1 \text{ atm} \quad T_0 = 273,15 \text{ }^\circ\text{K} \quad V_0 = 22.41 \text{ litri}$$

$$\text{Da cui:} \quad \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 22.41 \text{ litri}}{273,15 \text{ K}} = \dots = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\text{Il valore:} \quad R = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

è una costante universale.

## L'EQUAZIONE E LE SUE FORME

- Per una mole di gas perfetto l'equazione si scriverà quindi nel seguente modo:

$$pV = RT$$

- Per una qualunque massa  $m$  di gas, cioè per un numero qualunque  $n$  di moli la legge prenderà la classica forma:

$$pV = nRT$$

Con l'introduzione della **costante di Boltzmann**  $k$  si avrà invece, per un numero qualunque  $N$  di molecole di gas:

$$pV = NkT$$

## LA COSTANTE DI BOLTZMANN

Noto il numero  $N$  di molecole che compongono una certa massa di gas si può calcolare il numero di moli che lo compongono grazie al numero di Avogadro  $N_0$ .

Quindi:

$$n = \frac{N}{N_0}$$

Allora l'equazione di stato diventa:  $pV = \frac{N}{N_0} RT$

e il numero:

$$k = \frac{R}{N_0} = \frac{8.31}{6.02 \cdot 10^{23}} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

è una costante universale: la costante di Boltzmann.