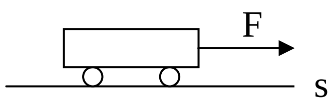
LAVORO ED ENERGIA

■ LAVORO

Nel linguaggio scientifico il termine **lavoro** ha un significato ben preciso e talvolta diverso da quello che questo termine assume nel linguaggio quotidiano.
In fisica il concetto di lavoro implica l'applicazione di una forza ad un corpo e lo spostamento di tale corpo.
Il lavoro è dovuto ad una combinazione di una forza e di uno spostamento ⇒ se non c'è spostamento, non c'è lavoro.
Ad esempio una persona che sta ferma con in mano una valigia non compie lavoro, mentre una persona che sale con una valigia su per le scale compie un lavoro.
Se la persona trasporta due valigie di uguale peso al primo piano di un palazzo compie un lavoro doppio di quello che compirebbe trasportandone una sola; se invece di trasportare la valigia al primo piano la trasporta al secondo compie un lavoro doppio ⇒ ***il lavoro è una grandezza proporzionale alla forza applicata e allo spostamento prodotto.***

a) Lavoro di una **forza costante** di direzione **parallela** a quella dello spostamento

Si definisce ***lavoro*** della forza $\vec{F}$ costante ***il prodotto dell'intensità F della forza per il modulo s dello spostamento*** ⇒ **L= F · s**



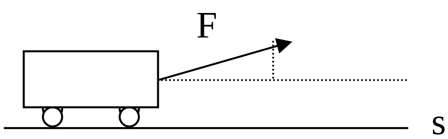
Nel S.I. l'unità di misura del lavoro è il **joule (J).**
Un **joule** è il lavoro compiuto da una forza di 1 N quando il suo punto di applicazione si sposta di 1 m nella direzione della forza.

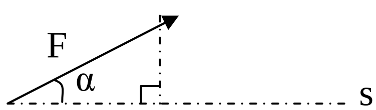
$$1J = 1N \cdot 1m$$

b) Lavoro di una **forza costante** agente in **direzione diversa** da quella dello spostamento

Si definisce ***lavoro della forza*** $\vec{F}$ costante ***il prodotto della componente F_s della forza nella direzione dello spostamento per il modulo s dello spostamento*** ⇒

$$\mathbf{L = F_s \cdot s}$$



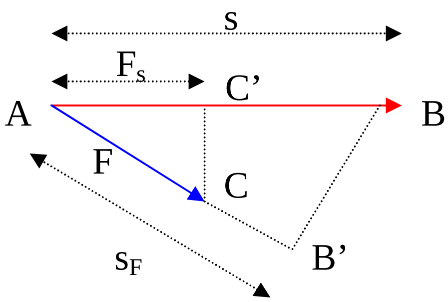


Se α è l'angolo formato da F e dal vettore spostamento ⇒ $L=(F \cdot \cos \alpha) \cdot s$ ⇒

$$\mathbf{L = F \cdot s \cdot \cos \alpha}$$

Considerando una forza F che sposta il suo punto d'applicazione da A a B e le componenti F_s e s_F di F ed s, rispettivamente sulla direzione dello spostamento e su quello della forza, osservando la figura si nota che i triangoli ABB' e ACC' sono simili

$$\Downarrow$$



$$AC' : AC = AB' : AB$$
$$\Downarrow$$
$$\mathbf{F_s \cdot s = F \cdot s_F} \qquad (1)$$

ma

$$\mathbf{F_s = F \cdot \cos\alpha \;\; e \;\; s_F = s \cdot \cos\alpha}$$
$$\Downarrow$$
$$\mathbf{L = F \cdot \cos\alpha \cdot s = F \cdot s \cdot \cos\alpha}$$

Dalla (1) ne segue che la definizione precedente di lavoro è equivalente alla seguente: ***il lavoro di una forza costante applicata a un punto è pari al prodotto dell'intensità della forza per la proiezione dello spostamento del punto sulla direzione della forza.***

Quindi:

Il lavoro di una forza costante applicata a un punto è pari al prodotto dell'intensità della forza per la proiezione dello spostamento del punto sulla direzione della forza; oppure al prodotto della proiezione della forza sulla direzione dello spostamento per il modulo dello spostamento.

Casi particolari

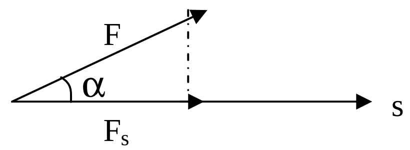
1. La forza F è ***parallela*** allo spostamento s $\Rightarrow \cos\alpha=1 \Rightarrow$ **L= F · s**

2. La forza F è ***perpendicolare*** allo spostamento s $\Rightarrow \cos\alpha = 0 \Rightarrow$ **L=0** cioè ***una forza perpendicolare allo spostamento non compie lavoro***.

Il lavoro può essere:

❖ ***positivo*** (***Lavoro motore***)

Se la componente della forza nella direzione dello spostamento ha il verso concorde a quello dello spostamento (α è un angolo acuto)
si parla di lavoro motore.
La forza produce il moto del corpo oppure lo accelera, se questo è già in moto.
Tale forza viene detta *forza motrice* (favorisce lo spostamento).



❖ ***negativo*** (***Lavoro resistente***)

Se la componente della forza nella direzione dello spostamento ha verso opposto a quello dello spostamento (α è un angolo ottuso).
La forza si oppone al moto del corpo e viene detta *forza resistente.*

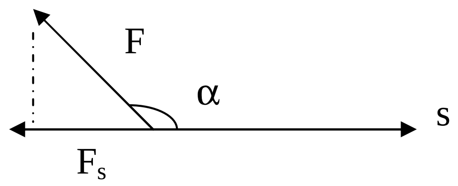
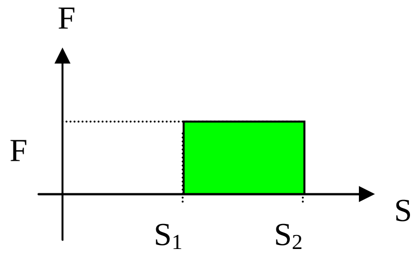


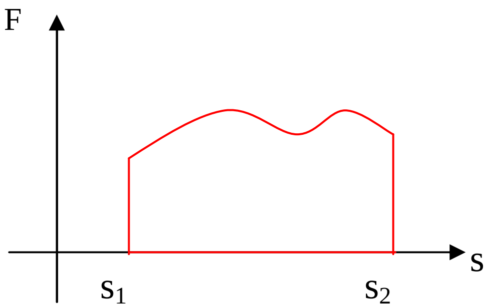
GRAFICO DEL LAVORO DI UNA FORZA COSTANTE



Poiché $\mathbf{L=F_s\cdot s} \Rightarrow$ il lavoro rappresenta l'area del rettangolo.

LAVORO DI UNA FORZA VARIABILE

Se la forza non è costante il grafico è del tipo:



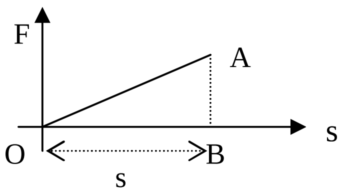
Il lavoro non si può calcolare con la formula L=F·s ma occorrerà suddividere l'area compresa tra la curva e l'asse s in strisce di larghezza piuttosto piccola, in modo da poter considerare, in tali intervalli, la forza costante e sommare il lavoro compiuto in ogni intervallo.

$$L = F_1 \Delta_{s_1} + F_2 \Delta_{s_2} + \ldots + F_n \Delta_{s_n} \quad \Rightarrow L = \sum_{i=1}^{n} F_i \Delta_{s_i}$$

Se $\Delta s_i \to 0$ il lavoro della forza F nello spostamento del corpo da s_1 a s_2 è misurato ***dall'area della figura*** compresa tra la curva, l'asse s e le ordinate di s_1 e s_2.

LAVORO DI UNA FORZA ELASTICA

Per deformare una molla di un tratto *s,* bisogna applicarle una forza ($F' = k\cdot s$) uguale e opposta alla forza elastica ($F = -k\cdot s$), la cui rappresentazione nel piano (F, s) è *una retta passante per l'origine.*
Il lavoro da compiere è dato dall'area del triangolo OAB, cioè:



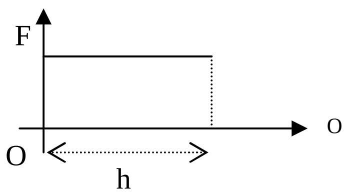
$$L = \frac{OB \cdot AB}{2} = \frac{sF}{2} = \frac{sks}{2} = \frac{ks^2}{2}$$

Il lavoro compiuto dalla forza elastica $F = -k\cdot s$ sarà:

$$\boxed{L = -\frac{ks^2}{2}}$$

LAVORO DELLA FORZA DI GRAVITA'

La forza di gravità per distanze non troppo grandi dalla superficie terrestre si mantiene costante e vale *mg*.
Se un corpo cade liberamente da una quota h, il grafico della forza di gravità è una retta parallela all'asse *s* e il lavoro compiuto dalla forza sarà:



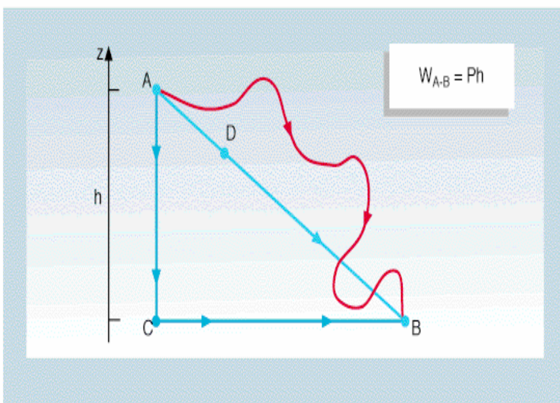
$$\boxed{\boldsymbol{L = F \cdot h = m \cdot g \cdot h}}$$

Il lavoro compiuto dalla forza di gravità quando un corpo viene spostato dipende soltanto dalla posizione iniziale e finale del corpo e non dal particolare percorso seguito.

Infatti:

- ✓ se il corpo si sposta da A a B passando per C, il lavoro è:
  $L = L_{AC}+L_{CB}= mgh+0 = mgh$

- ✓ se il corpo si sposta da A a B passando per D, il lavoro è:
  $L = F \cdot s_F = m\cdot g\cdot h$



Quindi: *qualunque sia* il percorso, il lavoro compiuto dalla forza di gravità è sempre uguale a $m \cdot g \cdot h$

$$\Downarrow$$

Una ***forza*** per la quale il lavoro compiuto non dipende dal particolare percorso seguito, ma solo dalle posizioni estreme, si dice ***conservativa***.
La forza di gravità è una forza conservativa.
Le forze non conservative si dicono ***dissipative***.

POTENZA

Spesso interessa conoscere il lavoro compiuto in un determinato intervallo di tempo, cioè la rapidità con cui tale lavoro viene compiuto.
Per determinare tale rapidità si introduce una nuova grandezza fisica: ***la potenza***.
Si definisce ***potenza media*** P_m il rapporto tra il lavoro L compiuto da una o più forze e l'intervallo di tempo Δt nel quale esso viene compiuto:

$$\boxed{P_m = \frac{L}{\Delta t}}$$

Nel S.I. si misura in **watt** (W): 1 watt è la potenza sviluppata da una forza che compie il lavoro di 1 joule in 1 secondo,

$$1W = \frac{1J}{1s}.$$

ENERGIA

In generale si intende per energia l'attitudine di un corpo a compiere lavoro e quindi la misura dell'energia di un corpo costituisce anche una misura del lavoro che esso è in grado di compiere.
L'energia si manifesta in forme diverse (energia chimica, elettrica, termica, eolica, meccanica, …), ma in pratica i vari tipi di energia possono essere classificati in ***energia meccanica*** ed ***energia elettromagnetica***.

Energia meccanica

Energia cinetica — Un corpo in movimento è in grado di compiere lavoro per effetto della velocità posseduta.

Energia potenziale — Un corpo in quiete sottoposto a forze conservative è in grado di compiere lavoro.

Energia elettromagnetica

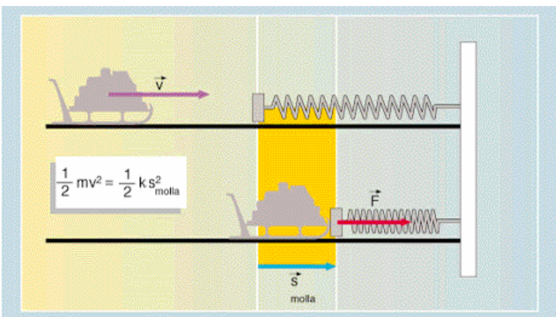
Energia elettrica

Energia magnetica

ENERGIA CINETICA

Consideriamo un corpo di massa *m* che, sotto l'azione di una forza costante F, si sposta di un tratto s con moto uniformemente accelerato, risulterà:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad , \quad s = \frac{1}{2}at^2 \quad , \quad v = at$$



Il lavoro compiuto sul corpo sarà:

$$L = F \cdot s = ma \cdot s = ma \cdot \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

Quindi, il lavoro compiuto sul corpo per fargli acquisire la velocità *v* è $\boldsymbol{L=\frac{1}{2}mv^2}$ e il corpo, una volta fermato, può compiere un lavoro che risulta uguale a $\boldsymbol{\frac{1}{2}mv^2}$, di conseguenza il corpo in movimento ha la capacità di compiere un lavoro e ***l'energia cinetica*** del corpo è: $\boxed{\boldsymbol{E_c=\frac{1}{2}mv^2}}$.

Nel S.I. si misura in ***joule***.

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

Se applichiamo ad un corpo libero di muoversi una forza, questa compie un lavoro che fa aumentare o diminuire l'energia cinetica del corpo.
Se il lavoro è positivo, l'energia cinetica aumenta; se il lavoro è negativo, l'energia cinetica diminuisce.
In generale, il lavoro compiuto dalla forza è uguale alla variazione dell'energia cinetica di un corpo:

$$\boxed{\boldsymbol{L=E_{cf}-E_{ci}=\Delta E_c}} \quad (2)$$

La (2) è l'espressione del **teorema dell'energia cinetica**: ***il lavoro compiuto su un corpo è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo stesso.***

Infatti se consideriamo un corpo inizialmente in moto rettilineo ed uniforme con velocità v_0 ed una forza F costante che fa aumentare la sua velocità in un tempo t, si ha:

$$L=F\cdot s=ma\cdot s=m\cdot\frac{v_1-v_0}{t}\cdot\left(v_0t+\frac{1}{2}\cdot\frac{v_1-v_0}{t}t^2\right)=$$

$$=m\cdot\frac{v_1-v_0}{t}\cdot\left(v_0t+\frac{1}{2}\cdot v_1t-\frac{1}{2}\cdot v_0t\right)=m\cdot\frac{v_1-v_0}{t}\cdot\left(\frac{2v_0t+v_1t-v_0t}{2}\right)=$$

$$=m\cdot\frac{v_1-v_0}{t}\cdot\left(\frac{v_0t+v_1t}{2}\right)=m\cdot\frac{v_1-v_0}{t}\cdot\frac{v_0+v_1}{2}t=m\cdot\frac{{v_1}^2-{v_0}^2}{2}=$$

$$=\frac{1}{2}m{v_1}^2-\frac{1}{2}m{v_0}^2$$

Posto

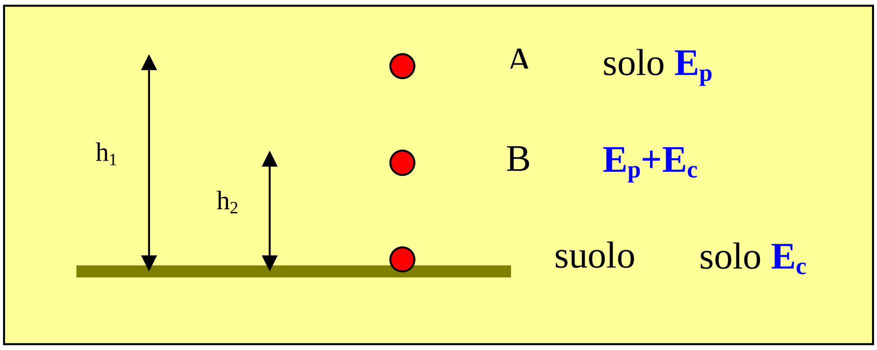
$$E_{cf} = \frac{1}{2} m v_1^2 \ , \ E_{ci} = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{L = E_{cf} - E_{ci} = \Delta E_c}$$

❖ ENERGIA POTENZIALE

E' l'energia posseduta dai corpi in quiete sottoposti a forze conservative.

– Energia potenziale gravitazionale

Consideriamo un corpo sul quale agisce la forza-peso, fermo ad una altezza h_1, rispetto al suolo (quota di riferimento).
Se viene lasciato libero di cadere, la forza-peso agisce e compie lavoro $L=mgh_1$



Il corpo nella posizione A ha una energia (***energia potenziale gravitazionale***), che spenderà cadendo, cioè ha la capacità di compiere lavoro a causa della forza-peso che lo attrae verso il basso.

Durante la caduta 1'energia potenziale diminuisce e diventa nulla quando giunge al suolo. Indicando con $\boldsymbol{U_A}$ 1'energia potenziale del corpo in A e $\boldsymbol{U_0}$ quella del corpo al suolo => $U_A - U_0 = L = mgh$

Se il corpo è giunto al suolo, la forza-peso non è più in grado di compiere lavoro => $U_0 = 0$ => $U_A - 0 = mgh$ => $U_A = mgh$

Quindi: ***l'energia potenziale di un corpo di massa m che si trova nel campo gravitazionale della Terra ad una quota h rispetto alla sua superficie è data da***

$$U = mgh$$

- Se il corpo viene spostato dalla posizione A alla B =>

$$L = U_A - U_B = mgh_1 - mgh_2 = mg(h_1 - h_2) = \Delta U$$

$$\boldsymbol{L_{AB} = \Delta U}$$

- Se il corpo viene spostato verso l' alto da B ad A =>

$$L = U_B - U_A = mgh_2 - mgh_1 = -mg\,h_1 + mg\,h_2 = -mg(h_1 - h_2) = -\Delta U$$

$$\boldsymbol{L_{BA} = -\Delta U}$$

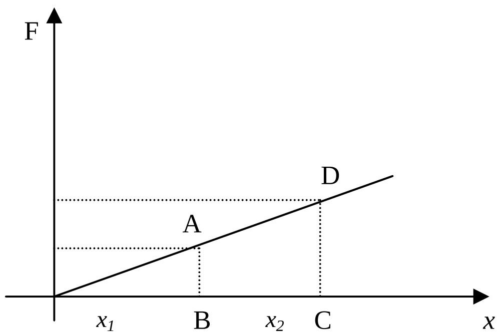
Quindi:

$L>O$ se $\Delta U <$O (*corpo scende*)

$L<O$ se $\Delta U >O$ (*corpo sale*)

– Energia potenziale elastica

In una molla deformata il lavoro fatto per deformarla si ritrova sotto forma di energia potenziale immagazzinata nella molla => ***energia potenziale elastica***.
Per calcolarne l'espressione, consideriamo una molla compressa di un tratto x_1 e supponiamo di comprimerla ulteriormente di un tratto x_2.



Il lavoro compiuto per comprimere la molla di x_1 è dato dall'area del triangolo OAB, cioè

$$L_1 = \frac{x_1 \cdot kx_1}{2} = \frac{kx_1^2}{2}$$

Invece, il lavoro necessario per deformare la molla dalla compressione x_1 alla compressione x_2 è dato dall'area del triangolo OCD, cioè

$$L_2 = \frac{x_2 \cdot kx_2}{2} = \frac{kx_2^2}{2}$$

Quindi il lavoro necessario per comprimere la molla da x_1 a x_2 è

$$L = L_2 - L_1 = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}$$

Il lavoro compiuto dalla molla è uguale e opposto a quello compiuto sulla molla, quindi $L_{molla} = -L = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$

Posto $U=\frac{kx^2}{2}$, possiamo scrivere $L=\Delta U$ e $L_{molla}=U_1-U_2=-(U_2-U_1)=-\Delta U$

Quindi:
Il lavoro compiuto da una forza è uguale e opposto alla variazione di energia potenziale del corpo su cui la forza agisce.

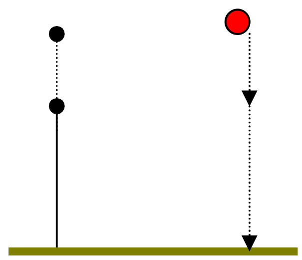
❖ PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

In un sistema isolato, se le forze che agiscono su un corpo sono tutte conservative, la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale si mantiene costante durante il moto

$$\boxed{E_c+E_p=E=\text{costante}}$$

E si chiama ***energia meccanica totale.***

− *Energia potenziale ed energia cinetica della forza-peso*



$$E_{c_A}=\frac{1}{2}mv_A^2 \quad , \quad U_A=mgh_A$$

$$E_{c_B}=\frac{1}{2}mv_B^2 \quad , \quad U_B=mgh_B$$

Durante la caduta del sasso il lavoro della forza-peso è uguale all'aumento di energia cinetica

$$L_{AB}=E_{c_B}-E_{c_A}$$

Ma è anche uguale alla diminuzione dell'energia potenziale gravitazionale

$$L_{AB}=U_A-U_B$$

Confrontando si ha :

$$E_{c_B}-E_{c_A}=U_A-U_B \;\Rightarrow\; E_{c_B}+U_B=E_{c_A}+U_A$$

Durante la caduta , la somma tra l'energia potenziale e quella cinetica rimane costante

$$E_c+U=\text{costante}=E$$