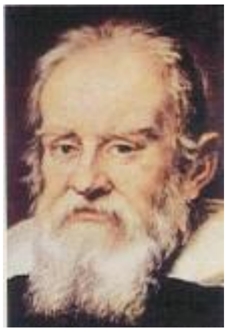
FISICA

(*dal greco* ***physis*** = *natura*)

Anticamente tutti i fenomeni naturali erano considerati oggetto di studio di una unica " *scienza della natura*" o "***fisica***".
L'antica fisica comprendeva perciò la *medicina*, la *zoologia*, la *botanica*, la *geologia,* l'*astronomia,* la *chimica, ecc.*
Attualmente i confini della fisica moderna sono più limitati e ben delineati , infatti dal suo campo di indagine sono stati esclusi tutti quei fenomeni che riguardano gli esseri viventi e le trasformazioni della materia.
Lo studio della natura è quindi ripartito in diversi campi di ricerca nei quali rientrano la fisica, la chimica, la biologia, ecc.
La fisica come scienza sperimentale è nata nel '600 e il suo geniale "inventore" è stato ***Galileo Galilei***.
Secondo Galilei la fisica non deve spiegare *perché* un fenomeno accade, ma *come* accade e non deve occuparsi degli aspetti qualitativi dei fenomeni ma solo di quelli quantitativi.
Per Galilei la fisica ha il compito di individuare le leggi che regolano i fenomeni naturali, allo scopo di renderli prevedibili e quindi controllabili.
Questo nuovo modo di interrogare la natura consentì a Galilei di stabilire nuove basi per l'indagine scientifica e fondare il ***metodo sperimentale***.

IL METODO SPERIMENTALE



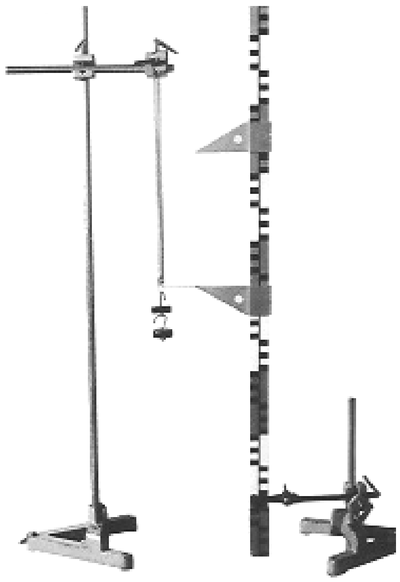
Fasi:

1. **osservazione del fenomeno** (un corpo libero di muoversi cade, un cannone rincula, ecc.)
2. **esperienza** – osservazione attiva del fenomeno – isolare il fenomeno dalla serie di cause che possono condizionarlo e mettere in evidenza le grandezze interessate – preparazione ed esecuzione dell'esperienza in laboratorio – raccolta dei dati
3. **formulazione ipotesi** – analizzare e interpretare i dati ottenuti – formulazione di un'ipotesi circa la relazione costante tra le grandezze che intervengono nel fenomeno (***induzione***) –l'ipotesi è espressa in un formula matematica.
4. **esperimento per la verifica delle ipotesi** – ricavare dalle ipotesi una serie di conclusioni da confrontare con l'esito dell'esperimento (***deduzione***) – riproduzione del fenomeno in laboratorio – accertare se le varie situazioni previste dall'ipotesi si verificano oppure no – se l'esperimento, ripetuto più

volte, verifica l'ipotesi questa si trasforma in **legge** altrimenti l'indagine deve ricominciare da capo.

Stabilito un insieme di leggi riguardanti numerosi fenomeni di natura analoga, si raggruppano secondo uno schema unitario e si formula una ipotesi di carattere generale detta **teoria**

<u>Esempio</u>: Legge dell'allungamento elastico di una molla



P (g)	L (cm)	ΔL (cm)	P/ΔL (g/cm)
0	12	0	
50	15.8	3.8	13.15
100	19.6	7.6	13.15
150	23.4	11.4	13.15
200	27.2	15.2	13.15

Osservazione

Si osserva che una molla agganciata per un estremo ad un sostegno, se sottoposta ad una trazione, si allunga.

Esperienza

Si prepara l'esperienza in laboratorio utilizzando un dispositivo (quello in figura) che consenta di misurare gli aspetti quantitativi presenti nel fenomeno esaminato. Dopo aver ripetuto l'esperienza più volte, si raccolgono i dati in una tabella.

Formulazione dell'ipotesi

Si analizzano e si interpretano i dati della tabella.
Nel caso in esame si nota che raddoppiando, triplicando e quadruplicando i pesi, si raddoppiano, si triplicano e si quadruplicano anche gli allungamenti.

Inoltre si osserva che il rapporto tra i pesi e i relativi allungamenti è costante.

E' possibile allora formulare una ***ipotesi***:
I pesi e gli allungamenti sono due grandezze direttamente proporzionali

$$\frac{P}{\Delta L} = k$$

con k=13.15 g/cm

Esperimento

Si parte dalla formula matematica che esprime l'ipotesi e mediante il calcolo si può prevedere il comportamento della molla nel caso dell'applicazione di una qualsiasi forza di trazione

$$\Delta L = \frac{P}{k}$$

e ipotizzando valori qualsiasi degli allungamenti si possono ricavare i valori delle forze di trazione necessari a provocarli

$$P = \Delta L \cdot k$$

Utilizzando il dispositivo con cui sono stati raccolti i dati è possibile controllare se le previsioni fatte sono vere o false. Se le previsioni sono confermate l'ipotesi viene trasformata in ***legge***.

GRANDEZZE FISICHE

Per poter esprimere mediante una legge il risultato dell'osservazione sperimentale di un fenomeno fisico, bisogna scegliere un certo numero di grandezze fisiche, ovvero di enti che siano in grado di rappresentare un fenomeno nei suoi vari aspetti.

Le ***grandezze fisiche*** sono quegli aspetti presenti in un fenomeno naturale che possono ricevere una precisa definizione quantitativa, cioè che possono essere misurati.

Sono esempi di grandezze fisiche la *temperatura*, la *distanza*, la *durata*, la *velocità* in quanto, per ciascuna di esse, disponiamo di strumenti che ne permettono la misura.

Ma che cosa significa misurare una grandezza fisica?

MISURA

Misurare una grandezza significa ***esprimere con un numero il rapporto tra questa grandezza ed una grandezza omogenea, scelta come unità di misura***.

Possiamo distinguere tre metodi di misurazione:

- ***misura diretta***
- ***misura indiretta***
- ***misura con apparecchi tarati***

Misura diretta

Nella misura diretta confrontiamo direttamente la grandezza da misurare con un'altra della stessa specie, presa come campione.
Per una misurazione diretta è essenziale saper stabilire quando due grandezze omogenee sono uguali, quando una è maggiore dell'altra, quando una è multipla dell'altra.
Occorre inoltre disporre dell'unità campione.

Esempi:
1. determinazione della massa di un corpo per mezzo della bilancia a due piatti
2. la misurazione di una lunghezza per mezzo di un metro campione.

Misura indiretta

La misura indiretta si può effettuare quando la grandezza g da misurare dipende, in modo perfettamente noto, da altre grandezze x_1, x_2, … non omogenee a g.
Dalla misura di x_1, x_2, … si ottiene la misura di g per mezzo di opportuni calcoli.

Esempio:
Determinazione dell'area del pavimento di una stanza di forma rettangolare ottenuta tramite il prodotto delle misure dei lati.

Strumenti di misura tarati

Spesso la misura di una grandezza non viene ricavata né per confronto diretto né tramite misurazione di altre grandezze, ma ***per mezzo di appositi strumenti opportunamente tarati***.
In questi apparecchi il valore della misura viene letto osservando la posizione di un indice su una scala (strumenti analogici) o leggendo direttamente il valore numerico (strumenti digitali).

Esempi:
Gli orologi, i termometri, i tachimetri

CARATTERISTICHE DEGLI STRUMENTI DI MISURA

Uno strumento di misura è costituito essenzialmente da due parti:

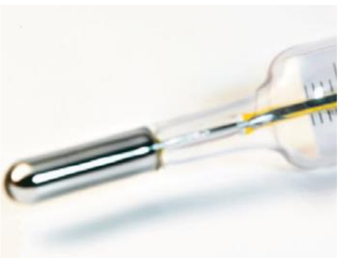
- la parte su cui si applica il corpo o la grandezza da misurare;

- la parte che riporta la misura che può essere costituita da una scala graduata lungo la quale scorre un indice (una lancetta, ad esempio), o da un display su cui compaiono valori numerici.

Le caratteristiche più importanti di uno strumento di misura sono:

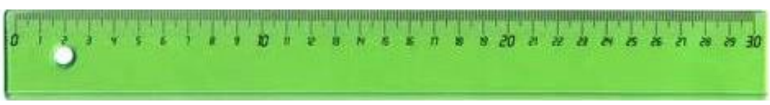
- ***Prontezza***

La prontezza è la caratteristica che dipende dalla ***rapidità con cui lo strumento è in grado di fornire il risultato di una misura***.

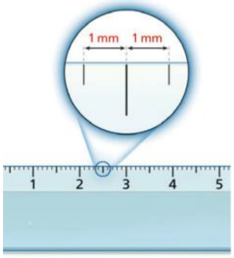


Tanto minore è il tempo che intercorre fra l'inizio della misura e l'effettuazione della lettura (tempo di risposta), tanto maggiore è la prontezza dello strumento.
Un termometro clinico a mercurio impiega circa tre minuti per misurare la temperatura corporea, mentre un termometro clinico digitale la fornisce in un minuto, ed è quindi caratterizzato da una maggiore prontezza.

Alcuni strumenti, come ad esempio un calibro o una riga millimetrata, non possiedono questa caratteristica in modo intrinseco. Siamo noi a determinare la rapidità della misura in base a come li usiamo.



Sensibilità



Definiamo sensibilità di uno strumento ***la minima variazione della grandezza da misurare che lo strumento è in grado di apprezzare***.

Nella maggior parte dei casi possiamo assumere come sensibilità di uno strumento il valore corrispondente ad una divisione della sua scala.

Precisione

La precisione di uno strumento è costituita dall'***insieme della sua fedeltà e accuratezza*****.**

Uno strumento è preciso se, quando viene ripetuta la misura di una stessa grandezza, esso è in grado di fornire valori poco discosti tra loro.
E' accurato, se tali valori sono tutti raggruppati intorno al valore vero.

SISTEMI DI MISURA

Se le grandezze fisiche potessero essere misurate solamente in modo diretto, per ognuna di esse occorrerebbe definire un'unità di misura materializzabile in un campione. Ciò sarebbe scomodo e complicato, poiché esistono grandezze difficilmente misurabili secondo questo metodo e altre per le quali sarebbe difficile realizzare il campione.

Un ***campione*** deve possedere alcuni requisiti essenziali:
- deve essere ***definito*** in modo esatto;
- deve essere ***inalterabile*** nel tempo;
- deve essere facilmente ***riproducibile*** con grande precisione.

1 kg

Si preferisce quindi definire un ristretto numero di campioni per grandezze opportunamente scelte, dette ***grandezze fondamentali***.
Le altre grandezze vengono misurate in modo indiretto, derivando le loro unità di misura da quelle delle grandezze fondamentali; per questo motivo esse sono dette ***grandezze derivate***.

L'insieme dei campioni delle grandezze fisiche fondamentali costituisce un *sistema di misura*. Sia la scelta dei campioni che quella delle grandezze fondamentali è arbitraria. Risulta pertanto evidente che possono esistere molti sistemi di misura diversi. Il sistema di misura attualmente adottato in Italia è il ***Sistema Internazionale di misura*** (abbreviazione **S.I.**).

Nome della grandezza	Unità di misura	Simbolo	Strumento di misura
Lunghezza	metro	m	metro 
Massa	kilogrammo	kg	bilancia 
Intervallo di tempo	secondo	s	cronometro 

Intensità di corrente	ampere	A	amperometro 
Temperatura	kelvin	K	termometro 
Intensità luminosa	candela	cd	fotometro 
Quantità di sostanza	mole	mol	

I PREFISSI

Nome	Simbolo	Moltiplica
giga	G	$1\,000\,000\,000 = 10^9$
mega	M	$1\,000\,000 = 10^6$
kilo	k	$1000 = \boxed{10^3}$
etto	h	$100 = 10^2$
deca	da	$10 = 10^1$
deci	d	$\frac{1}{10} = 10^{-1}$
centi	c	$\frac{1}{100} = 10^{-2}$
milli	m	$\frac{1}{1000} = 10^{-3}$
micro	μ	$\frac{1}{1\,000\,000} = 10^{-6}$
nano	n	$\frac{1}{1\,000\,000\,000} = 10^{-9}$

$$1\ \text{km} = 1000\ \text{m} = \boxed{10^3\ \text{m}}$$

$$1\ \text{cm} = \frac{1}{100}\ \text{m} = 10^{-2}\ \text{m}$$

Regole di scrittura

I simboli delle unità di misura:

- seguono il valore numerico;
- non devono mai essere seguiti da un punto;
- vanno scritti con la iniziale minuscola.

Corretto	Sbagliato
11 m	m 11 11 m. 11 M
2 W	2 w
0,5 V	0,5 v 0,5 v. 0,5 V.
15 s	15 sec 15 s. 15 S s 15

GLI ERRORI DI MISURA

Per quanto ci sforziamo di misurare le grandezze nel modo migliore, le misure ottenute non sono mai perfettamente precise e il valore della grandezza misurata sarà sempre noto con un certo grado di incertezza. Per indicare in modo completo il risultato di una misura dobbiamo quindi fornire non solo il valore ottenuto, ma anche la sua incertezza, ovvero l'errore ad essa associato.

In dipendenza delle cause che li determinano, gli errori vengono divisi in:

Errori sistematici

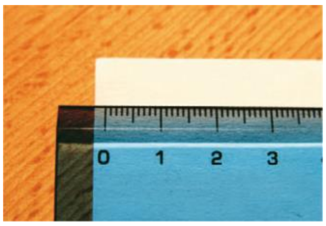
Gli errori sistematici sono così chiamati per due motivi:

- Sono dovuti agli strumenti utilizzati ed al particolare modo in cui essi sono fra loro combinati (sistema fisico di misura).

- Si ripetono sistematicamente nello stesso modo in tutte le misure effettuate.

Un errore sistematico è dovuto ad una causa ben precisa (ed individuabile) che agisce sempre nello stesso modo (prevedibile e determinabile) dando luogo a valori sempre più grandi o sempre più piccoli di quello esatto. Una volta individuata la causa di un errore sistematico, esso deve essere eliminato o, se ciò non è possibile, si può tenerne conto per correggere il valore della misura ottenuta.

Errori accidentali o casuali



L'errore accidentale è attribuibile a numerose cause concomitanti (non note o difficilmente conoscibili) che agiscono in modo imprevedibile, dando luogo a valori che possono essere sia più grandi sia più piccoli di quello esatto.

Gli errori accidentali, normalmente, sono dovuti all'operatore ed alla grandezza stessa da misurare.

OPERAZIONI, MISURE OMOGENEE E NON OMOGENEE

Le misure delle grandezze fisiche possono essere sommate, sottratte, moltiplicate, divise, elevate a potenza, ecc.

Le operazioni di somma e sottrazione hanno significato solo se riguardano grandezze omogenee.

È, invece, possibile dividere o moltiplicare fra di loro misure di grandezze omogenee e non omogenee, ottenendo come risultato misure di grandezze fisiche dimensionalmente diverse.

Caso particolare: *il risultato della divisione delle misure di due grandezze omogenee è adimensionale (privo di dimensioni fisiche) cioè è un* ***numero puro****.*

VALUTAZIONE DEGLI ERRORI

A causa degli errori accidentali, se eseguiamo ***n misurazioni*** della stessa grandezza, otteniamo, di solito, n valori leggermente diversi $x_1, x_2, \dots, x_n$.
Si considera come valore più probabile della grandezza misurata *la media aritmetica delle misure* (**valore medio**):

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Il metodo per valutare l'errore commesso dipende dal numero di misure effettuate.

Nel caso in cui sia stata eseguita ***una sola misura***, l'errore deve essere stimato dall'operatore in base a considerazioni logiche. Di solito si assume un errore pari ad ***una graduazione della scala dello strumento***.

Se il ***numero delle prove effettuate è piccolo*** (circa cinque), si usa assumere come errore di misura (***errore massimo*** o ***assoluto***), la ***semidifferenza tra il massimo ed il minimo valore*** ottenuto.

$$e_a = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}$$

Se il ***numero delle prove effettuate è elevato*** si sceglie solitamente come errore, il cosiddetto ***scarto quadratico medio σ***.

Si definisce ***scarto di una misura*** la differenza fra la misura stessa ed il valore medio delle misure.

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$$

Si definisce ***scarto quadratico medio*** la radice quadrata del rapporto fra la somma dei quadrati degli scarti ed il numero delle misure.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

Ovvero:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Riepilogo:

DISPERSIONE DELLE MISURE	NUMERO MISURE	VALUTAZIONE DELL'ERRORE ASSOLUTO
Misure identiche	qualsiasi	Errore di sensibilità E_s, cioè la più piccola grandezza misurabile dallo strumento
Misure diverse	$n = 1$	Errore di sensibilità E_s, cioè la più piccola grandezza misurabile dallo strumento
	$2 \leq n \leq 5$	Semidispersione massima (da confrontare con E_s) $\Delta x = \frac{\lvert x_{\max} - x_{\min} \rvert}{2}$
	$n > 5$	Deviazione standard $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-1}}$ (da confrontare con E_s) con $e_i = x_i - x_m$

Errore assoluto

Gli errori precedentemente definiti sono detti ***errori assoluti***. Essi hanno le stesse dimensioni e sono espressi con le stesse unità di misura della grandezza misurata.
Il risultato della misurazione viene indicato scrivendo il valore più probabile "più" o "meno" l'errore assoluto.

$x = \bar{x} \pm e_a$ oppure $x = \bar{x} \pm \sigma$

Ciò significa che una misura non è mai costituita da un singolo valore, ma da un intervallo di valori entro il quale si presume sia contenuto il valore esatto.

$$\bar{x} - e_a \leq \text{valore cercato} \leq \bar{x} + e_a$$

oppure

$$\bar{x} - \sigma \leq \text{valore cercato} \leq \bar{x} + \sigma$$

Il confronto fra errori assoluti è possibile solo quando questi si riferiscono a misure di grandezze omogenee. Tale confronto non è significativo in quanto non consente di valutare quale sia la misura più precisa.

Errore relativo

Per confrontare la precisione di due misure si introduce l'errore relativo.
Esso è definito come il ***rapporto fra l'errore assoluto ed il valore medio della misura***.

$e_r = \dfrac{e_a}{\bar{x}}$ oppure $e_r = \dfrac{\sigma}{\bar{x}}$

L'errore relativo, essendo un rapporto fra due grandezze omogenee, è adimensionale, cioè un ***numero puro***.
Per questo motivo gli errori relativi sono sempre confrontabili, anche se si riferiscono a misure di grandezze non omogenee.
Più piccolo è l'errore relativo e più precisa è la misura.

(1000 ± 1) kg

(5,0 ± 0,1) hg

La misura della massa dell'automobile è più precisa, anche se ha un'incertezza più grande.

Errore percentuale

Spesso l'errore relativo è espresso in forma percentuale. L'errore percentuale si ottiene ***moltiplicando per cento l'errore relativo***.
Esempio:

$$e_r = 0{,}009 = 0{,}9\%$$

CALCOLO DIMENSIONALE

Il ***Sistema Internazionale di unità di misura*** (**S.I**.) stabilisce sette grandezze fondamentali e due supplementari con le corrispondenti unità di misura da cui si possono ricavare quelle di tutte le altre grandezze fisiche (grandezze derivate).
Esso fissa inoltre i simboli delle unità di misura , le regole di scrittura e i simboli dei prefissi dei multipli e dei sottomultipli secondo le potenze del 10.
I simboli che rappresentano le grandezze fisiche fondamentali sono detti ***simboli dimensionali****.*

Grandezza	***Unità di misura***	***Simbolo u.d.m.***	***Simbolo dimensionale***
lunghezza	metro	m	**[L]**
massa	Kilogrammo	kg	**[M]**
intervallo di tempo	secondo	s	**[T]**
intensità di corrente elettrica	ampére	A	**[I]**
temperatura	kelvin	K	**[□]**
intensità luminosa	candela	cd	**[J]**
quantità di sostanza	mole	mol	**[N]**

Tutte le grandezze fisiche possono essere derivate da combinazioni (prodotti e quozienti) delle grandezze fondamentali.
La **dimensione fisica** di una grandezza è l'espressione di questa combinazione e quindi indica la relazione tra l'unità di misura di tale grandezza e le unità fondamentali.
Le dimensioni fisiche di una grandezza derivata si ricavano dalla definizione operativa della grandezza o da una legge fisica che la collega ad altre grandezze.
Ogni grandezza derivata può essere espressa come prodotto di un certo numero di fattori, ognuno dei quali è una potenza di grandezze fondamentali.
Detta G una generica grandezza fisica essa può essere rappresentata in funzione dei simboli legati alle sette grandezze fondamentali mediante espressioni del tipo:

$$[G] = [L^{\alpha}]\ [T^{\beta}]\ [M^{\gamma}]\ [\Theta^{\delta}]\ [I^{\varepsilon}]\ [J^{\lambda}]\ [N^{\mu}]$$

Gli esponenti α, β, γ, δ, ε, λ, μ sono detti **dimensioni** della grandezza G rispetto alle grandezze fondamentali e il prodotto è detto **equazione dimensionale** della grandezza.

Esempio:

$$[v] = [L] \cdot [T^{-1}]$$

Le dimensioni delle grandezze sono: $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=\delta=\varepsilon=\lambda=\mu=0$
In una equazione dimensionale deve esserci identità di dimensioni tra il primo e il secondo membro.
Questo principio di omogeneità si rivela particolarmente utile nella verifica della correttezza di formule o procedimenti che portino ad una stessa grandezza attraverso relazioni diverse.
Le dimensioni di una grandezza possono essere nulle rispetto a tutte le grandezze fondamentali, cioè la grandezza può risultare priva di dimensioni.
E' il caso del rapporto di grandezze omogenee.

LA PROPAGAZIONE DEGLI ERRORI

L'esecuzione di un esperimento conduce spesso ad effettuare misurazioni indirette. In questo caso la misura della grandezza che ci interessa viene ricavata tramite opportune operazioni eseguite sui valori delle misure di altre grandezze. Occorre quindi saper valutare in quale modo **gli errori** commessi nella determinazione delle misure delle singole grandezze **si ripercuotono sulla misura finale**.

Regole di propagazione dell'errore

1. *Primo caso:* addizione e sottrazione

Consideriamo il caso in cui la misura di una grandezza A si ottiene ***sommando*** o ***sottraendo*** le misure delle due grandezze omogenee B e C, cioè:

$$\mathbf{A = B \pm C.}$$

Tenendo conto degli errori commessi nella determinazione delle misure di B e C, possiamo scrivere:

$$\mathrm{B_{min}} = \overline{\mathrm{B}} - e_{\mathrm{a}}(\mathrm{B}) \quad \text{e} \quad \mathrm{B_{max}} = \overline{\mathrm{B}} + e_{\mathrm{a}}(\mathrm{B})$$

$$\mathrm{C_{min}} = \overline{\mathrm{C}} - e_{\mathrm{a}}(\mathrm{C}) \quad \text{e} \quad \mathrm{C_{max}} = \overline{\mathrm{C}} + e_{\mathrm{a}}(\mathrm{C})$$

Di conseguenza i valori minimi e massimi che possono essere assunti da **A=B+C** sono:

$$\mathrm{A_{min}} = \mathrm{B_{min}} + \mathrm{C_{min}} = \overline{\mathrm{B}} - e_{\mathrm{a}}(\mathrm{B}) + \overline{\mathrm{C}} - e_{\mathrm{a}}(\mathrm{C}) = (\overline{\mathrm{B}} + \overline{\mathrm{C}}) - [e_{\mathrm{a}}(\mathrm{B}) + e_{\mathrm{a}}(\mathrm{C})]$$

$$\mathrm{A_{max}} = \mathrm{B_{max}} + \mathrm{C_{max}} = \overline{\mathrm{B}} + e_{\mathrm{a}}(\mathrm{B}) + \overline{\mathrm{C}} + e_{\mathrm{a}}(\mathrm{C}) = (\overline{\mathrm{B}} + \overline{\mathrm{C}}) + [e_{\mathrm{a}}(\mathrm{B}) + e_{\mathrm{a}}(\mathrm{C})]$$

I valori minimi e massimi che possono essere assunti da **A=B-C** sono:

$$A_{min} = B_{min} - C_{max} = \overline{B} - e_a(B) - [\overline{C} + e_a(C)] = (\overline{B} - \overline{C}) - [e_a(B) + e_a(C)]$$

$$A_{max} = B_{max} + C_{min} = \overline{B} + e_a(B) - [\overline{C} - e_a(C)] = (\overline{B} - \overline{C}) + [e_a(B) + e_a(C)]$$

L'errore assoluto di **A=B+C** sarà:

$$e_a(A) = \frac{A_{max} - A_{min}}{2} = \frac{(\overline{B} + \overline{C}) + [e_a(B) + e_a(C)] - \{(\overline{B} + \overline{C}) - [e_a(B) + e_a(C)]\}}{2} =$$
$$= \frac{\overline{B} + \overline{C} + e_a(B) + e_a(C) - \overline{B} - \overline{C} + e_a(B) + e_a(C)}{2} = \frac{2(e_a(B) + e_a(C))}{2} = e_a(B) + e_a(C)$$

$$\boxed{e_a(A) = e_a(B) + e_a(C)}$$

L'errore assoluto di **A=B-C** sarà:

$$e_a(A) = \frac{A_{max} - A_{min}}{2} = \frac{(\overline{B} - \overline{C}) + [e_a(B) + e_a(C)] - \{(\overline{B} - \overline{C}) - [e_a(B) + e_a(C)]\}}{2} =$$
$$= \frac{\overline{B} - \overline{C} + e_a(B) + e_a(C) - \overline{B} + \overline{C} + e_a(B) + e_a(C)}{2} = \frac{2(e_a(B) + e_a(C))}{2} = e_a(B) + e_a(C)$$

$$\boxed{e_a(A) = e_a(B) + e_a(C)}$$

Quindi:

Se due o più misure vengono sommate o sottratte, l'errore assoluto del risultato è uguale alla somma degli errori assoluti degli operandi.

2. *Secondo caso:* moltiplicazione e divisione

Consideriamo il caso in cui la misura di una grandezza A si ottiene ***moltiplicando*** le misure di due grandezze B e C, cioè:

A = B × C

Tenendo conto degli errori commessi nella determinazione di B e C possiamo scrivere:

$$A_{min} = B_{min} \cdot C_{min} = [\overline{B} - e_a(B)] \cdot [\overline{C} - e_a(C)] =$$
$$= \overline{B} \cdot \overline{C} - \overline{B} \cdot e_a(C) - \overline{C} \cdot e_a(B) + e_a(B) \cdot e_a(C)$$

$$A_{max} = B_{max} \cdot C_{max} = [\overline{B} + e_a(B)] \cdot [\overline{C} + e_a(C)] =$$
$$= \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot e_a(C) + \overline{C} \cdot e_a(B) + e_a(B) \cdot e_a(C)$$

L'errore assoluto di **A = B × C**, sarà:

$$e_a(A) = \frac{A_{max} - A_{min}}{2} =$$
$$= \frac{\overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot e_a(C) + \overline{C} \cdot e_a(B) + e_a(B) \cdot e_a(C) - \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot e_a(C) + \overline{C} \cdot e_a(B) - e_a(B) \cdot e_a(C)}{2} =$$
$$= \frac{2\left(\overline{B} \cdot e_a(C) + \overline{C} \cdot e_a(B)\right)}{2} = \overline{B} \cdot e_a(C) + \overline{C} \cdot e_a(B)$$

$$\boldsymbol{e_a(A) = \overline{B} \cdot e_a(C) + \overline{C} \cdot e_a(B)}$$

Consideriamo il caso in cui la misura di una grandezza A si ottiene ***dividendo*** le misure di due grandezze B e C, cioè:

$$\mathbf{A = \frac{B}{C}}$$

Tenendo conto degli errori commessi nella determinazione di B e C possiamo scrivere:

$$A_{min} = \frac{B_{min}}{C_{max}} = \frac{\overline{B} - e_a(B)}{\overline{C} + e_a(C)}$$

$$A_{max} = \frac{B_{max}}{C_{min}} = \frac{\overline{B} + e_a(B)}{\overline{C} - e_a(C)}$$

L'errore assoluto $\mathbf{A = \frac{B}{C}}$ di sarà:

$$e_a(A) = \frac{A_{max} - A_{min}}{2} = \frac{\frac{\overline{B} + e_a(B)}{\overline{C} - e_a(C)} - \frac{\overline{B} - e_a(B)}{\overline{C} + e_a(C)}}{2} = \frac{\overline{B} \cdot e_a(C) + \overline{C} \cdot e_a(B)}{\overline{C}^2 - [e_a(C)]^2}$$

Poiché in una misura l'errore è, di norma, molto piccolo rispetto al valore della misura, possiamo trascurare il valore $[e_a(C)]^2$ e possiamo scrivere con ottima approssimazione:

$$e_a(\mathrm{A}) = \frac{\overline{\mathrm{B}} \cdot e_a(\mathrm{C}) + \overline{\mathrm{C}} \cdot e_a(\mathrm{B})}{\overline{\mathrm{C}}^{\,2}}$$

L'errore relativo di $\mathrm{A} = \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}}$ sarà:

$$e_r(\mathrm{A}) = \frac{e_a(\mathrm{A})}{\overline{\mathrm{A}}} = \frac{\overline{\mathrm{B}} \cdot e_a(\mathrm{C}) + \overline{\mathrm{C}} \cdot e_a(\mathrm{B})}{\overline{\mathrm{C}}^{\,2}} \cdot \frac{\overline{\mathrm{C}}}{\overline{\mathrm{B}}} = \frac{\overline{\mathrm{B}} \cdot e_a(\mathrm{C}) + \overline{\mathrm{C}} \cdot e_a(\mathrm{B})}{\overline{\mathrm{C}} \cdot \overline{\mathrm{B}}} =$$

$$= \frac{e_a(\mathrm{C})}{\overline{\mathrm{C}}} + \frac{e_a(\mathrm{B})}{\overline{\mathrm{B}}} = e_r(\mathrm{C}) + e_r(\mathrm{B})$$

$$e_r(\mathrm{A}) = e_r(\mathrm{B}) + e_r(\mathrm{C})$$

Ne consegue che:

Quando due o più misure vengono moltiplicate o divise, l'errore relativo del risultato è uguale alla somma degli errori relativi delle singole misure.

Riepilogo

Grandezza	Valore più plausibile	Incertezza
$a + b$	$\bar{a} + \bar{b}$	$\Delta a + \Delta b$
$a - b$	$\bar{a} - \bar{b}$	$\Delta a + \Delta b$
$a \cdot b$	$\bar{a} \cdot \bar{b}$	$\bar{a}\bar{b}\left(\frac{\Delta a}{\bar{a}} + \frac{\Delta b}{\bar{b}}\right) = \bar{b} \cdot \Delta a + \bar{a} \cdot \Delta b$
$\frac{a}{b}$	$\frac{\bar{a}}{\bar{b}}$	$\frac{\bar{a}}{\bar{b}}\left(\frac{\Delta a}{\bar{a}} + \frac{\Delta b}{\bar{b}}\right)$

LA MATEMATICA PER LA FISICA

Approssimazioni per arrotondamento

Nelle attività pratiche è spesso necessario approssimare i risultati.
Il criterio generale che si segue nelle approssimazioni per arrotondamento è il seguente:

- se la prima cifra da eliminare è < 5, le cifre conservate rimangono invariate (*arrotondamento per difetto*).

  Esempio: 4,12161 arrotondato a 4 cifre dopo la virgola diventa 4,1216.

- se la prima cifra da eliminare è ≥ 5 ed è seguita da almeno una cifra diversa da zero, l'ultima cifra conservata deve essere aumentata di 1 (*arrotondamento per eccesso*).

  Esempio: 6,41287 arrotondato a 4 cifre dopo la virgola diventa 6,4129.

- se la prima cifra da eliminare è = 5 ed è seguita solo da zeri, l'arrotondamento può essere eseguito sia per eccesso sia per difetto;

  Esempio: 8,1991500 arrotondato a 4 cifre dopo la virgola può diventare sia 8,1991 sia 8,1992.

Cifre significative

Si definiscono *cifre significative* del risultato di una misura le cifre certe e la prima cifra incerta.

Es. (216±2)m →sono certe 2 e1, è incerta 6 perchè la grandezza è compresa tra 214 e 218 →6 è compresa tra 4 e 8

Sono significative:

- tutte le **cifre ≠ da 0**; es. 2,241 ha 4 cifre significative.
- tutti gli **zeri compresi tra due cifre ≠ da 0**; es. 20,066 ha 5 cifre significative.
- tutti gli **zeri finali di un numero intero**; es. 641000 ha 6 cifre significative.
- tutti gli **zeri finali di un numero decimale**; es. 8,84100 ha 6 cifre significative.

Non sono significativi tutti gli **zeri posti a sinistra della prima cifra ≠ da 0** in un numero decimale.

Es. 0,0047 ha 2 cifre significative.

Numero	Cifre significative
13	2
21,3	3
21,30	4
4720	4
0,3	1
0,03	1
400,32	5

Notazione scientifica

Molti settori dell'indagine scientifica richiedono l'utilizzo di numeri talmente grandi, o talmente piccoli, da risultare difficili da gestire.

$d_{\text{Terra-Proxima Centauri}} = 4 \times 10^{16}$ m

Ad esempio, la distanza *Terra-Sole* è circa 150.000.000.000 m (cioè 150 miliardi di metri) e il *raggio dell'atomo di idrogeno* è 0,000.000.000.05 m (cioè 5 centimiliardesimi di metro).

I fisici, per scrivere tali numeri, utilizzano la ***notazione scientifica*** (detta anche ***esponenziale*** o ***a virgola mobile***).

In questo tipo di scrittura un qualunque numero viene espresso come ***prodotto di un numero compreso tra 1 e 10 per un'opportuna potenza di dieci a esponente intero***.

L'esponente della potenza è dato dal numero di posti di cui è stata spostata la virgola rispetto al numero originale: esso è *positivo* se la virgola è sposta verso sinistra (quando il numero originale è **>1**), mentre è *negativo* se la virgola è sposta verso destra (quando il numero originale è **<1**).

La distanza *Terra-Sole*, in tale notazione, diventa:

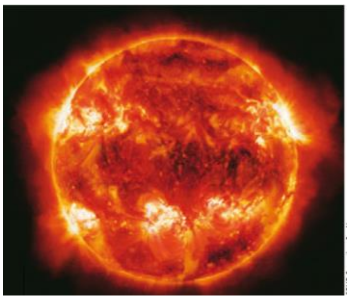
$$1{,}5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Il *raggio dell'atomo di idrogeno* diventa:

$$5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Ordine di grandezza di un numero

Si chiama ***ordine di grandezza*** di un numero la potenza di 10 più vicina al numero stesso.



$d_{\text{Sole}} = 1\,400\,000\,000 \text{ m} = 1{,}4 \times 10^{9} \text{ m}$

Esempio: l'ordine di grandezza di $1{,}4 \cdot 10^9$ è 10^9 perché 1,4 è <5.

Se la parte non esponenziale del numero è **>5**, si deve arrotondare per eccesso all'ordine di grandezza successivo.

Esempio: $6325 = 6{,}325 \cdot 10^3$ ha ordine di grandezza 10^4 perché 6,325 è >5

Le equivalenze

Le equivalenze sono operazioni che consentono di trasformare una misura da una unità a un'altra.

Per eseguire un'equivalenza, si può impostare una proporzione.

1°Esempio: trasformare in kilometri la distanza in metri tra due città.

Sappiamo che 1 km = 1000 m; quindi, possiamo scrivere la seguente proporzione:

$$1 \text{ km} : 1000 \text{ m} = x : 175800 \text{ m}$$

dove x rappresenta la misura in kilometri che dobbiamo calcolare e 175 800 m la misura già nota in metri.

Risolvendo, si ha: x = 175,800 Km

2°Esempio: trasformare in millimetri la lunghezza di un francobollo già nota in metri.

Sappiamo che 1 mm = 0,001 m; quindi, possiamo impostare la seguente proporzione:

$$1 \text{ mm} : 0{,}001 \text{ m} = x : 0{,}015 \text{ m}$$

Risolvendo, si ha: x = 15 mm

3°Esempio: calcoliamo a quanti metri corrispondono 123 cm.

Sappiamo che 1 cm = 0,01 m; quindi:

$$1\text{cm} : 0{,}01\text{m} = 123\text{cm} : x$$

Risolvendo si ottiene: x=1,23m

Funzioni e loro rappresentazione grafica

Una grandezza fisica è spesso legata ad un' altra da una relazione in modo che, se varia la prima grandezza, varia anche la seconda.

Se la relazione è tale che ad ogni valore assegnato alla prima grandezza variabile x fa corrispondere uno e un solo valore della seconda grandezza y, diremo che y è **funzione** di x.

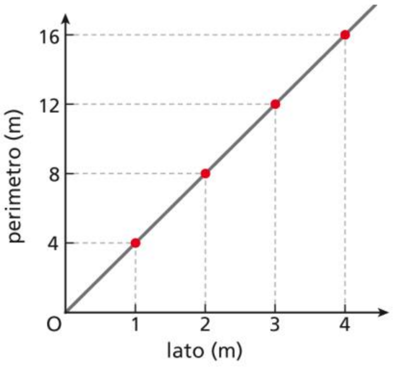
Per lo studio della fisica è utile saper ricavare da certi dati sperimentali che tipo di dipendenza ha la grandezza y dalla grandezza x.

Le più importanti dipendenze, in fisica, sono:

- **proporzionalità diretta** $y = k \cdot x$

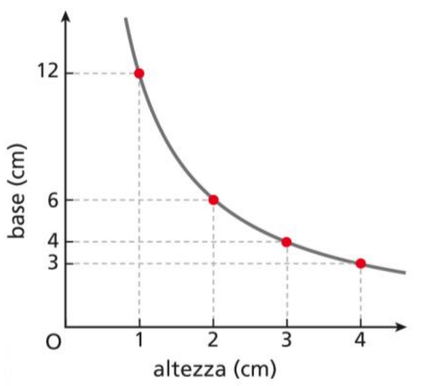
Esempio:

Il perimetro del quadrato e il lato del quadrato sono grandezze direttamente proporzionali

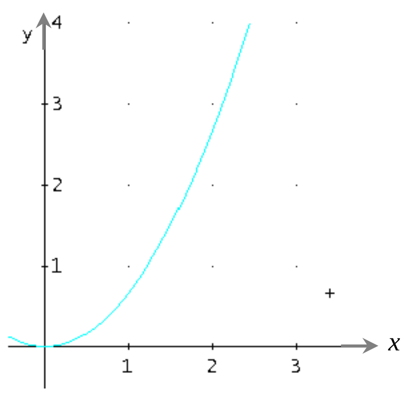


- il rapporto tra le grandezze è costante: y/x= k
- il grafico è una retta che passa per l’origine.

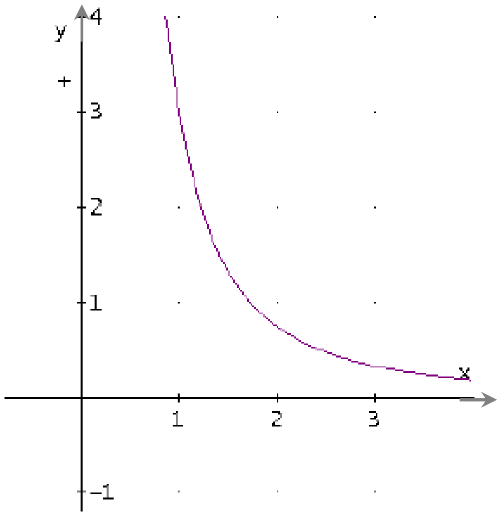
- **proporzionalità inversa** $y \cdot x = k$



- **proporzionalità quadratica diretta** $y = k \cdot x^2$



- **proporzionalità quadratica inversa** $y = \frac{k}{x^2}$



- **dipendenza lineare** $y = k \cdot x + h$

Se la grandezza *y* è *indipendente* da *x* la sua rappresentazione grafica sarà una retta parallela all'asse *x*⇒ $y = k$