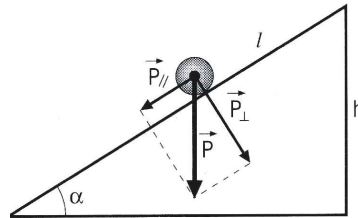
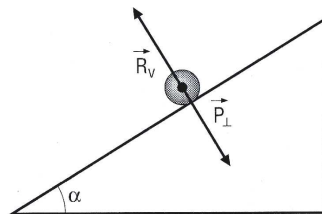


Equilibrio di un punto materiale su un piano inclinato

Se un corpo si trova su un piano inclinato, possiamo scomporre il suo peso P in due componenti: una parallela al piano $\vec{P}_{//}$, l'altra perpendicolare \vec{P}_{\perp} .



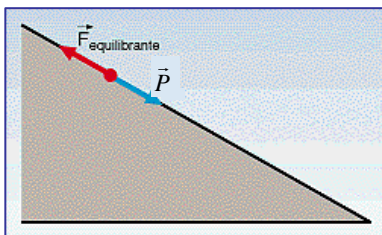
Poiché il piano è rigido, esercita una reazione vincolare \vec{R}_V sul corpo, che equilibra la componente perpendicolare del peso:



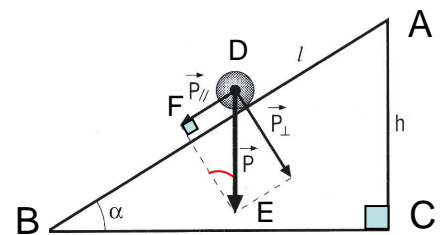
$$\vec{R}_V = -\vec{P}_{\perp}$$

In assenza di attrito la componente parallela è l'unica forza che determina il movimento verso la base del piano. Se vogliamo che il corpo stia in equilibrio, bisogna applicare una forza equilibrante \vec{F}_e uguale e opposta a $\vec{P}_{//}$ $\Rightarrow \vec{F}_e = -\vec{P}_{//}$

Con considerazioni di tipo geometrico si dimostra che



$$P_{//} = \frac{h}{l} P$$



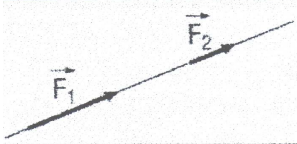

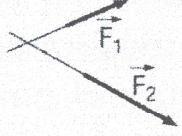
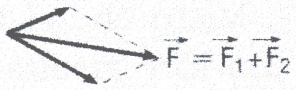

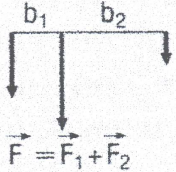
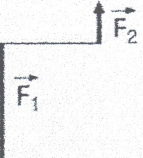
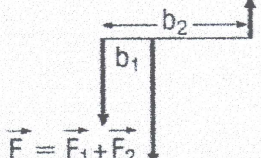
Dimostrazione

Dai triangoli rettangoli simili ACB e DEF si ha:

$$P_{//} : P = AC : AB \quad \Rightarrow \quad P_{//} : P = h : l$$

$$P_{//} = \frac{h}{l} P$$

Effetti prodotti da più forze applicate a un corpo

Somma delle forze che agiscono su un corpo rigido		
Forze	Composizione	
	Stessa retta $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$	
	Concorrenti $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$	
	Parallele e concordi $F = F_1 + F_2$ $\frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2}$	
	Parallele e discordi $F = F_1 - F_2$ $\frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2}$	

Equilibrio di un corpo libero

Un corpo puntiforme, inizialmente fermo, continua a restare fermo se viene sottoposto all'azione di due o più forze la cui risultante è nulla.

Applicando, viceversa, due forze di uguale intensità, parallele, non giacenti sulla stessa retta, e di verso opposto (**coppia di forze**), ad un corpo rigido libero da vincoli, il sistema non rimane in equilibrio, ma inizia a muoversi di *moto rotatorio*.

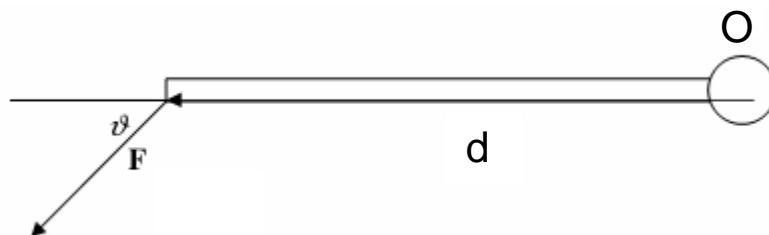
Per stabilire le condizioni di equilibrio di un corpo rigido, occorre introdurre una nuova grandezza: il **momento** di una forza rispetto ad un punto.

Momento di una forza

Tale grandezza \vec{M} è di tipo vettoriale ed è definita rispetto ad una forza \vec{F} ed un punto O. Il suo modulo è uguale al prodotto del modulo della forza F per la distanza d fra la retta di applicazione della forza ed il punto O:

$$M = F \cdot d$$

La sua direzione è perpendicolare al piano individuato dalla forza \vec{F} e dal punto O.



Il suo verso è dato dalla *regola della mano destra* (mettendo il pollice da O al punto di applicazione della forza e le altre dita nel verso di \vec{F} , il verso di \vec{M} esce dal palmo della mano). L'unità di misura del momento di una forza è il newton per metro (**N·m**).

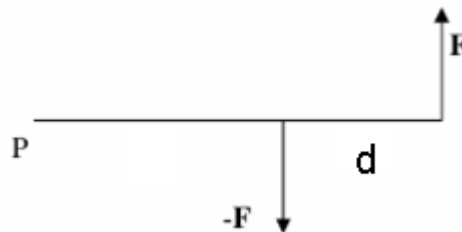
Momento di più forze

Se ad un corpo rigido sono applicate più forze il momento totale rispetto ad uno stesso punto O si ottiene sommando i momenti delle singole forze:

$$\vec{M}_{tot} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \dots$$

Momento di una coppia di forze

Due forze di uguale intensità, di direzione parallela e di verso contrario applicate in due punti diversi di un corpo rigido costituiscono una **coppia di forze**.



La risultante di questa coppia di forze è nulla ma nonostante ciò il corpo non resta fermo ma ruota.

Quindi la coppia di forze produce un **moto rotatorio** che è descritto dalla grandezza fisica **momento della coppia**.

Il momento di una coppia di forze è una grandezza vettoriale avente:

- direzione perpendicolare al piano contenente le due forze
- intensità data dal prodotto dell'intensità della forza per il braccio della coppia di forze (cioè la distanza tra le rette di azione delle due forze): $M = F \cdot d$
- verso dato dalla regola della mano destra.

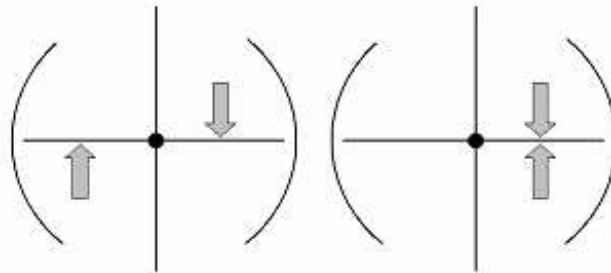
Per la regola della mano dx è positivo il momento che produce una rotazione antioraria, negativo quello che produce una rotazione oraria.



Esempio: Porte Girevoli

Una persona sta entrando in albergo per una porta girevole, mentre un'altra ne sta uscendo. Entrambe spingono sulla porta applicando una forza di 50 [N].

Le forze applicate sono rappresentate nella figura seguente per due possibili casi:



Nel caso rappresentato a sinistra, le due forze formano una coppia con $M_z < 0$: la porta girerà in senso orario.

Nel caso di destra, il braccio della coppia è nullo ($b=0$) ed il momento risultante dalla somma dei momenti delle due forze sarà $M_z=0$.

Condizioni di equilibrio di un corpo rigido

E' possibile dimostrare che le condizioni di equilibrio di un corpo rigido libero sono le seguenti:

- è nulla la somma di tutte le forze;
- è nulla la somma dei momenti di tutte le forze determinati rispetto ad un medesimo punto scelto arbitrariamente.

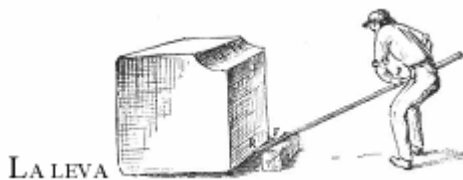
$$\begin{cases} \vec{F}_{tot} = \mathbf{0} \\ \vec{M}_{tot} = \mathbf{0} \end{cases}$$

Macchina semplice

Si chiama **macchina semplice** un dispositivo mediante il quale è possibile equilibrare una forza (detta "**forza resistente**") con un'altra (detta "**forza motrice**") di minore intensità o la cui direzione è più conveniente.
 Qualsiasi macchina, per quanto complessa, è riconducibile ad un insieme di macchine semplici.
 Esempi di macchine semplici: la leva, la carrucola (o puleggia), il piano inclinato, la vite e il cuneo.

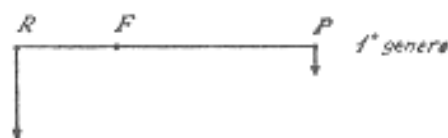
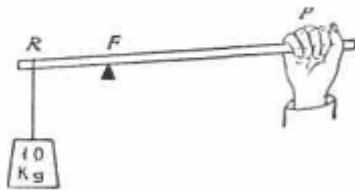
La leva

La leva è una macchina semplice composta essenzialmente da una barra rigida che ruota attorno a un punto di appoggio, detto **fulcro**. Agli estremi di questa barra vengono applicate due forze, una detta **potenza** (o forza motrice) e l'altra **resistenza** (o forza resistente), che tendono a farla ruotare in direzioni opposte.

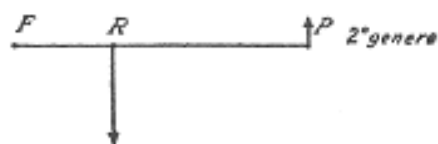
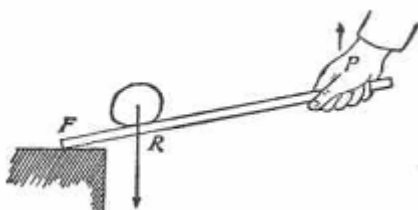


Le leve sono di tipi diversi.

- Nella leva di primo genere il fulcro si trova fra i punti di applicazione di dette forze. Esempi di leva di primo genere: il remo della barca (lo scalmò è il fulcro e il rematore applica la forza che vince la resistenza dell'acqua), la bilancia a bracci uguali, la stadera (la bilancia romana).



- Nella leva di secondo genere la resistenza viene applicata fra il fulcro e il punto di applicazione della forza. La carriola funziona come una leva di secondo genere, il cui fulcro corrisponde alla ruota.



- Nella leva di terzo genere la forza viene applicata fra il fulcro e la resistenza. Esempio tipico di questo tipo di leva è offerto dall'avambraccio che si muove attorno a un fulcro (l'articolazione del gomito). La potenza è quella del muscolo del braccio attaccato presso il gomito, mentre la resistenza è il peso dell'avambraccio. Il vantaggio di questo sistema è che a una piccola contrazione del muscolo corrisponde un ampio movimento dell'avambraccio.



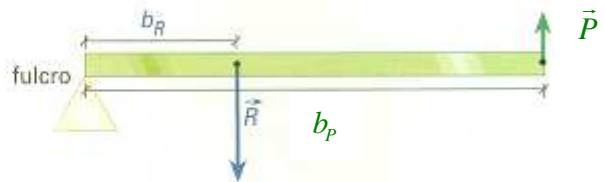
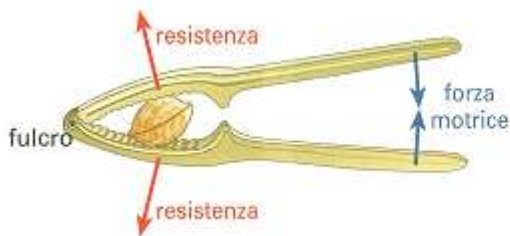
Le leve sono:

- **indifferenti** quando i due bracci sono uguali, e quindi la Potenza e la Resistenza, sono uguali:

$$b_p = b_R \qquad \vec{P} = \vec{R}$$

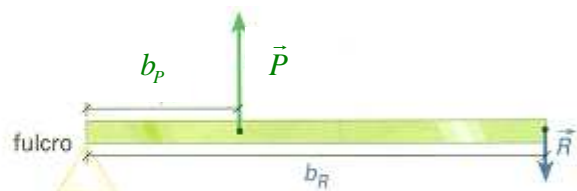
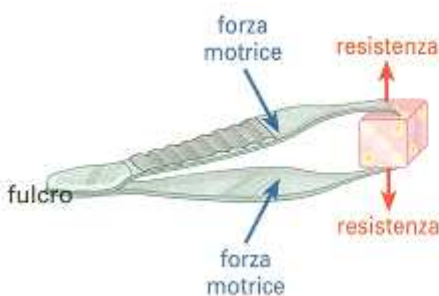
- **vantaggiose** quando il braccio della Potenza è maggiore di quello della resistenza, e quindi la Potenza è minore della resistenza:

$$b_p > b_R \qquad \vec{P} < \vec{R}$$

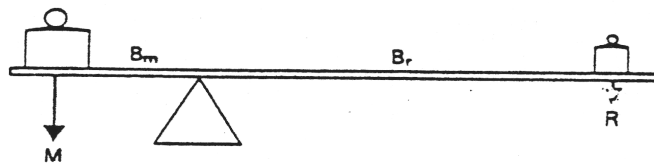


- **svantaggiose** quando il braccio della Potenza è minore di quello della resistenza, e quindi la Potenza è maggiore della resistenza:

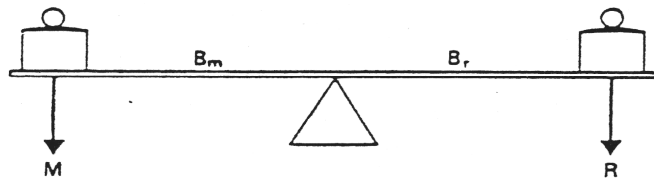
$$b_p < b_R \qquad \vec{P} > \vec{R}$$



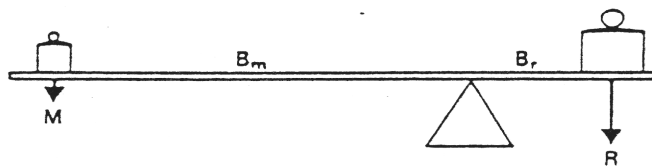
Le **leve di primo genere** possono essere **vantaggiose**, **svantaggiose** o **indifferenti** a seconda delle lunghezze rispettive dei bracci.



$B_m = (1/3)B_r$
 $M = 3R$
 Leva svantaggiosa ($M > R$)

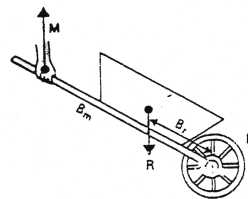


$B_m = B_r$
 $M = R$
 Leva indifferente

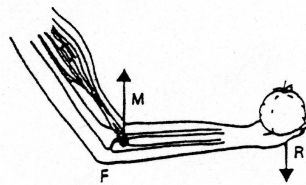


$B_m = 3B_r$
 $M = (1/3)R$
 Leva vantaggiosa ($M < R$)

Le **leve di secondo genere** sono sempre **vantaggiose** perché $b_p > b_R$



Le **leve di terzo genere** sono sempre **svantaggiose** perché $b_p < b_R$



Condizione di equilibrio

La leva è in equilibrio quando il momento della forza R è uguale al momento della forza P.

$$R \cdot b_R = P \cdot b_P$$

Segue che

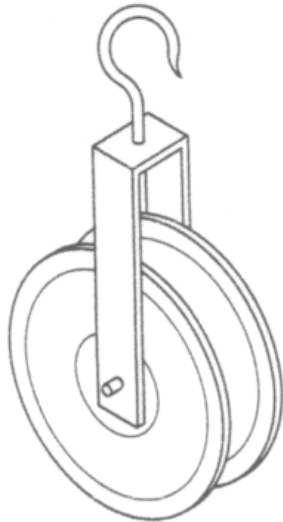
$$\frac{b_R}{b_P} = \frac{P}{R}$$

Quindi:

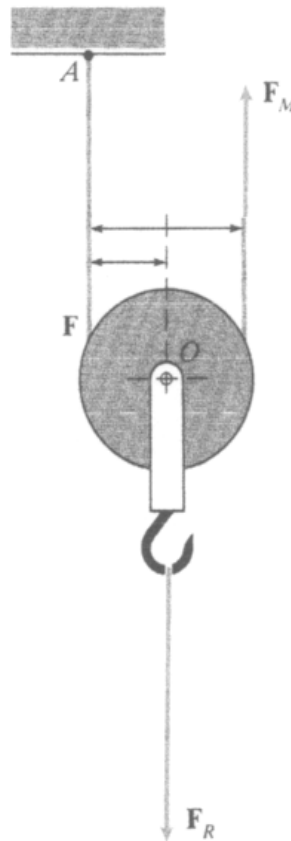
Perché una leva sia in equilibrio è necessario e sufficiente che la potenza e la resistenza siano inversamente proporzionali ai rispettivi bracci rispetto al fulcro.

La carrucola

La **carrucola** (o puleggia) è uno strumento meccanico composto da un disco con una scanalatura, detta *gola*, entro la quale scorre una fune. Il disco è imperniato su un asse inserito in una staffa. Una o più pulegge collegate insieme consentono di sollevare carichi pesanti con l'applicazione di forze relativamente piccole.



La **carrucola fissa** può essere considerata come una leva a bracci uguali: la potenza e la resistenza hanno la stessa intensità



La **carrucola mobile** può essere considerata come una leva di secondo genere: il braccio della potenza è doppio del braccio della resistenza.