IL POTENZIALE

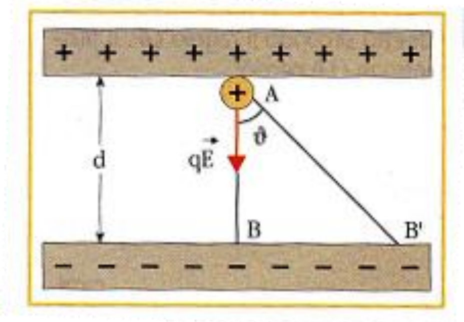
Sappiamo che *il campo gravitazionale è un campo conservativo* cioè nello spostamento di un corpo tra due punti del campo gravitazionale terrestre , le forze del campo compiono un lavoro che dipende dalla posizione dei due punti ma non dal particolare cammino seguito.
In modo analogo, nello spostamento di una carica elettrica da un punto A ad un punto B in un campo elettrico, la forza del campo che agisce sulla carica compie un lavoro che risulta indipendente dalla traiettoria e dipendente soltanto dalla posizione dei punti A e B.
Quindi anche ***il campo elettrico è conservativo***.

Infatti:

1. Lavoro nel campo elettrico uniforme

Consideriamo un campo elettrico uniforme generato da due distribuzioni di cariche opposte distribuite su due piastre metalliche parallele ed una carica esploratrice *q* che si sposta dalla piastra positiva alla piastra negativa.

– Se la carica *q* viene **abbandonata da ferma** nel punto *A*, essa sotto l'azione della forza elettrica costante $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ si sposta lungo la linea di forza *A B*.



Se *d* è la distanza tra le piastre, il lavoro è:

$$\boxed{L = q \cdot E \cdot d}$$

– Calcoliamo ora il lavoro nel caso in cui la carica ***q* si sposta da *A* a *B* seguendo il percorso *AB'B***.
Durante lo spostamento *AB'* la forza elettrica forma un angolo ϑ con la direzione dello spostamento, per cui il lavoro è:

$$L_{AB'} = q \cdot E \cdot \overline{AB'} \cdot \cos\vartheta \text{ ma } \overline{AB'} \cdot \cos\vartheta = d \quad \text{quindi: } L_{AB'} = q \cdot E \cdot d$$

Nello spostamento successivo B'B, poiché la forza elettrica risulta perpendicolare allo spostamento, il lavoro $L_{BB'}$ è nullo.

Di conseguenza il lavoro complessivo durante il cammino *AB'B* è: $L' = q \cdot E \cdot d$

Possiamo perciò concludere che:

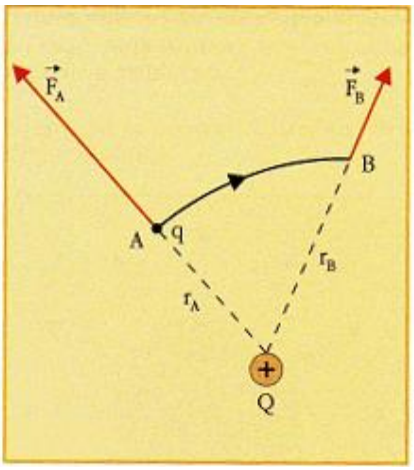
$$L' = L$$

cioè ***il lavoro della forza elettrica del campo agente sulla carica q è indipendente dal particolare cammino seguito dalla carica q durante lo spostamento dalla***

piastra positiva alla piastra negativa $\Rightarrow$ **IL CAMPO ELETTRICO E' CONSERVATIVO**

2. Lavoro del campo di una carica puntiforme

Consideriamo un campo elettrico generato da una carica puntiforme Q.



Sia *q* una carica esploratrice che si sposta da un punto *A* a distanza r_A da *Q* ad un punto *B* a distanza r_B da *Q*. Poiché la forza elettrica del campo agente su *q* non è costante, per il calcolo del lavoro si dovrà suddividere la traettoria percorsa da *q* in n piccoli tratti in modo tale da poter considerare F costante in ognuno di essi. Si ottiene così, qualunque sia il particolare cammino seguito dalla carica *q* per spostarsi da *A* a *B:*

$$L = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

in cui le cariche sono da assumersi con il segno.
L'indipendenza del lavoro dalla traiettoria seguita da una carica *q* che si muove nel campo elettrico uniforme, come quello esistente tra le piastre di un condensatore, e nel campo radiale generato da una carica puntiforme, sussiste qualunque sia il particolare campo.
Possiamo perciò concludere che il campo elettrico prodotto da cariche ferme è **conservativo.**

ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

Dalla meccanica sappiamo che $L = -\Delta U = U_A - U_B$.
Consideriamo un campo elettrico generato da una carica puntiforme Q e una carica esploratrice q posta in un punto a distanza *r* da Q.
L'energia potenziale di *q* sarà:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{r} + c$$

dove c è una costante.

Se $r \to \infty$ l'energia potenziale U tende a c e quindi c rappresenta l'energia potenziale elettrica U_∞ della carica *q* all'infinito. Ma se $r \to \infty$ la forza coulombiana si annulla e quindi, non essendo le cariche soggette ad alcuna forza, l'energia potenziale elettrostatica U_∞ è nulla.

Di conseguenza è c=0 $\Rightarrow$ $\boxed{U = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{r}}$

Se spostiamo la carica q dal punto A distante r_A da Q all'infinito, il lavoro compiuto dalle forze del campo sarà:

$$L_{A\infty} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon\, r_A} - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon\, r_\infty} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_\infty}\right) \text{ se r} \to \infty \Rightarrow L_{A\infty} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r_A} = U_A$$

Quindi, *l'energia potenziale elettrostatica di una carica puntiforme q in un punto A del campo elettrostatico generato da Q è il lavoro compiuto dalle forze del campo per spostare q da A all'infinito.*

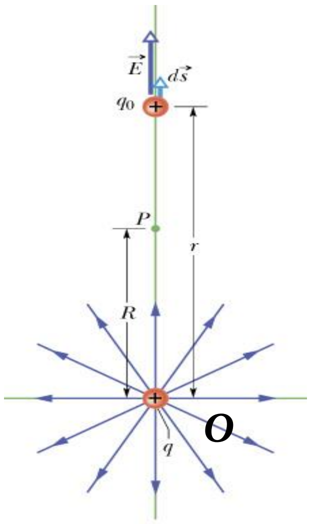
In termini equivalenti, *l'energia potenziale elettrostatica di una carica puntiforme q in un punto A del campo elettrostatico generato da Q è il lavoro compiuto dalle forze del campo per spostare q dall'infinito nel punto A.*

Nota

In generale si attribuisce convenzionalmente valore zero all'energia potenziale all'infinito oppure a terra.

POTENZIALE ELETTROSTATICO

L'energia potenziale elettrostatica è direttamente proporzionale alla carica *q*.
Per descrivere le caratteristiche energetiche di un campo elettrostatico è preferibile utilizzare un'altra grandezza, *il potenziale elettrostatico* o *tensione*, che sia indipendente da *q*.



Il potenziale elettrostatico è definito dalla relazione:

$$\boxed{V = \frac{U}{q}}$$

Nel caso di un campo generato da una carica puntiforme Q si ha:

$$V = \frac{U}{q} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{r}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\, r} \quad \Rightarrow \text{V} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\, r}$$

inoltre $L_{AB} = \dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon\, r_A} - \dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon\, r_B}$ dividendo per *q* si ha:

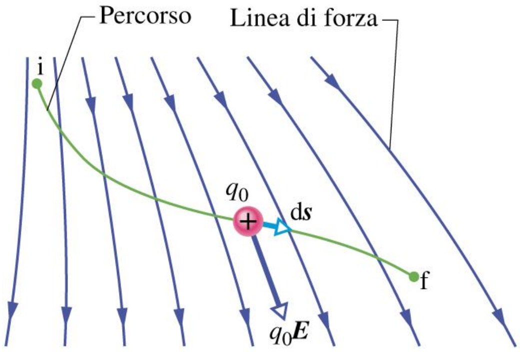
$$\frac{L_{AB}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\, r_A} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon\, r_B} = V_A - V_B$$

Quindi:

$$\boxed{\frac{L_{AB}}{q} = V_A - V_B}$$

La quantità **V_B-V_A=** ΔV è detta ***differenza di potenziale*** tra i punti A e B.
Di conseguenza

$$\boxed{-\frac{L_{AB}}{q} = \Delta V}$$



Quindi: *La differenza di potenziale tra due punti di un campo elettrostatico è opposta al lavoro che devono compiere le forze del campo per spostare la carica unitaria dall'uno all'altro punto*.

Nel S.I. l'unità di misura della differenza di potenziale si chiama ***volt*** ed è

1V=1J/1C.

Se q è messa in moto dalle forze del campo, il lavoro da esse compiuto dovrà essere positivo.

Quindi:
L_{AB}>0 *ovvero q* [V_A-V_B]>0 e se ***q>0*** *dovrà essere* [V_A-V_B] >0 ⇨V_A>V_B

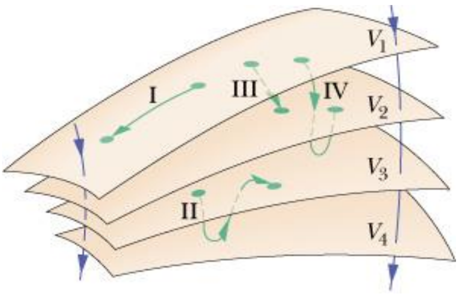
Le cariche positive, sotto l'azione delle forze del campo, si muovono dai punti a potenziale maggiore a punti a potenziale minore.

Se ***L_{AB}>0*** e ***q<0*** allora [V_A-V_B] <0 e quindi V_A<V_B

Le cariche negative, sotto l'azione delle forze del campo, si muovono dai punti a potenziale minore a punti a potenziale maggiore.

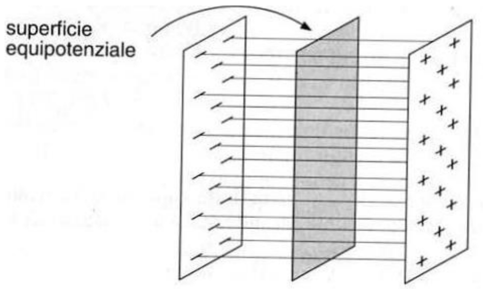
Superfici equipotenziali

Le caratteristiche energetiche del campo elettrico possono essere descritte mediante il potenziale elettrostatico e in questo caso si può visualizzare il campo tramite le *superfici equipotenziali* (luogo dei punti aventi uno stesso valore del potenziale).
Se si sposta una carica da un punto ad un altro di una stessa superficie equipotenziale, non viene compiuto alcun lavoro.

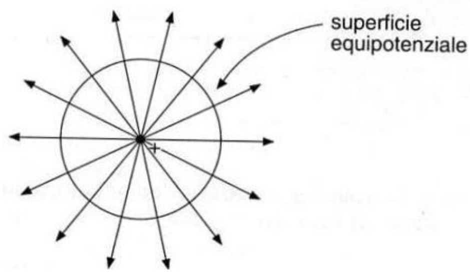


Spostamento I : $L_I = 0$ perché $\Delta V = 0$.
Spostamento II: $L_{II} = 0$ perché $\Delta V = 0$.
Spostamento III: $L_{III} = q\Delta V = q(V_2 - V_1)$.
Spostamento IV: $L_{IV} = q\Delta V = q(V_2 - V_1)$.

- Le linee di forza attraversano le superfici equipotenziali.
- Per un campo uniforme sono una famiglia di piani perpendicolari alle linee di forza.



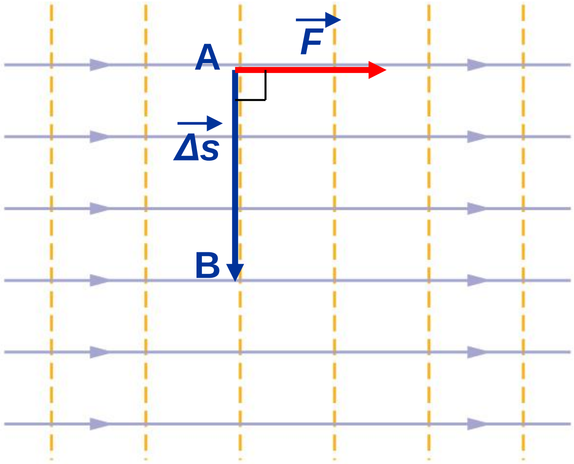
- In un campo generato da una carica puntiforme sono superfici sferiche con centro nella carica stessa.



- Le superfici equipotenziali sono, in ciascun punto, perpendicolari alla linea di forza passante per quel punto.

  Dimostrazione
  Consideriamo un campo elettrostatico uniforme e 2 punti A e B posti su un segmento perpendicolare alle linee del campo. Indichiamo con Δs la distanza tra A e B.

Immaginiamo che la carica q venga spostata da A a B



$$\Delta V = V_A - V_B = -\frac{L_{AB}}{q}$$

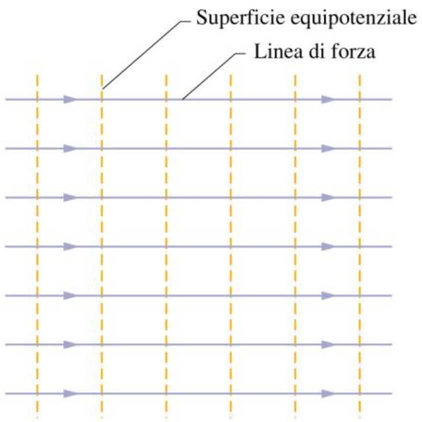
La forza F è // alle linee del campo e quindi ⊥ a Δs

$$L_{AB} = 0 \Rightarrow \Delta V = -\frac{L_{AB}}{q} = 0 \Rightarrow V_B - V_A$$

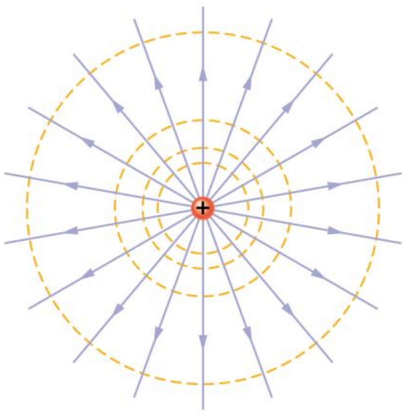
Quindi A e B hanno lo stesso potenziale e così sarà per tutti i punti del piano contenente A e B.
Allora ***il piano è una superficie equipotenziale ⊥ alle linee del campo***.

c.d.d.

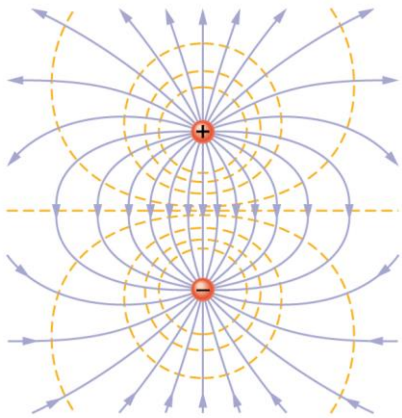
Le superfici equipotenziali di alcuni campi



Campo uniforme



Campo di una carica puntiforme



Campo di un dipolo elettrico

DEDUZIONE DEL CAMPO ELETTRICO DAL POTENZIALE

Sappiamo che noto E è possibile calcolare V in una certa zona del campo.
Vogliamo dimostrare che **noto V nei dintorni di un punto A possiamo calcolare E in A.**
Consideriamo una zona di spazio piccola in modo da poter considerare il campo elettrico, al suo interno, uniforme. Sia A il punto e S_A la superficie equipotenziale che contiene A. Poiché il campo elettrico è uniforme, le superfici equipotenziali sono piani $\perp$ alle linee di campo e paralleli fra loro.
Allora E ha:

- *direzione* $\perp$ alle superfici equipotenziali.
- *verso* che punta nel senso in cui V diminuisce.
- *intensità* $\boxed{E = -\dfrac{\Delta V}{\Delta s}}$

dove ΔV è una differenza di potenziale tra due punti e Δs la distanza tra 2 superfici equipotenziali che passano per quei punti.